INSTITUT FÜR MECHANIK

Technische Universität Darmstadt

Prof. D. Gross
Prof. P. Hagedorn
Prof. W. Hauger
Prof. R. Markert

Diplomvorprüfung
Technische Mechanik III

am 01. März 2004

(Name) (Vorname) (Matr.-Nr.) (Studiengang)

(Platznummer)

Einverständniserklärung:
Ich stimme hiermit zu, daß meine Prüfungsergebnisse zusammen mit meiner Matrikelnummer (ohne Namen) im Internet eingesehen werden können.

Darmstadt, 01.03.2004

(Unterschrift)

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und numerieren Sie die Blätter. Der Lösungsweg muß klar erkennbar sein, die Ergebnisse sollen deutlich hervorgehoben werden. Bei den durch „K“ gekennzeichneten Kurzfragen sind lediglich Ergebnisse einzutragen.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang eines beidseitig beschriebenen DIN A4-Blattes zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

Achtung:
Die Aufgaben 3 und 4 für die Studiengänge BI, Geo, Mathe unterscheiden sich von den Aufgaben 3 und 4 für MB, WI/MB, CMPE, Mechanik.

Viel Erfolg !

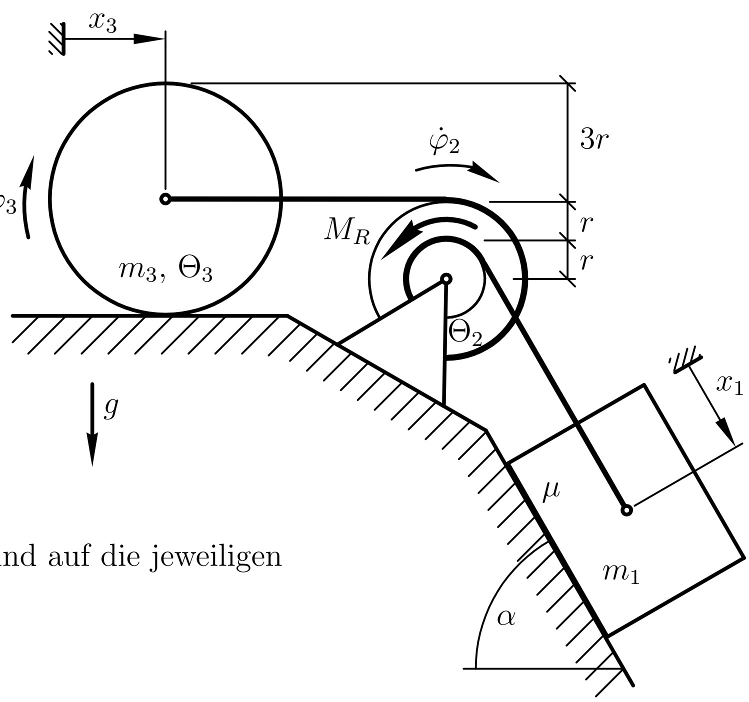
Aufgabe	1	2	3	4	K1	K2	K3	$\sum$ Klausur	Bonus-punkte	$\sum$ gesamt	Note
max. Punkte	22	21	18	19	7	6	7				
erreichte Punkte											

Aufgabe 1 [22 Punkte]

Zwei homogene Rollen und eine Kiste auf rauher, schiefer Ebene sind wie skizziert durch Seile verbunden. Infolge der Schwerkraft beschleunigt die Kiste 1 nach unten und die Walze 3 rollt auf der horizontalen Ebene. Dabei wirkt im Lager der Winde 2 ein Bremsmoment M_R.

Welche Beschleunigung $\ddot{x}_1$ erfährt die Kiste?

Gegeben: m_1, Θ_2, m_3, Θ_3, r, α, μ, M_R, g
(Die Massenträgheitsmomente sind auf die jeweiligen Schwerpunkte bezogen.)

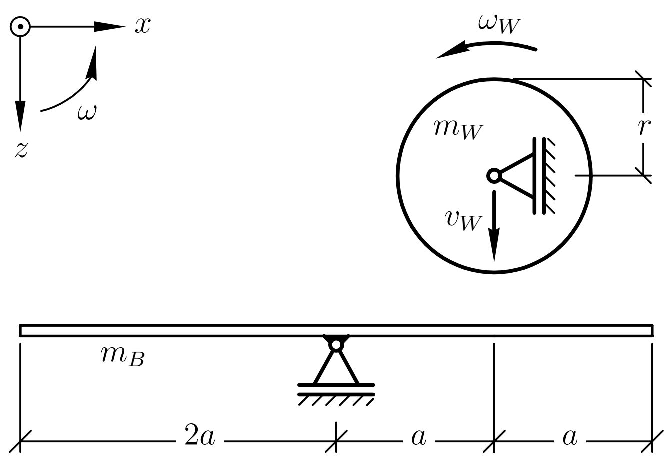


Aufgabe 2 [21 Punkte]

Eine homogene Walze hat die Winkelgeschwindigkeit ω_W und die Schwerpunktsgeschwindigkeit v_W. Sie stößt plastisch auf ein mittig unterstütztes, homogenes Brett. Walze und Brett sind rauh und haben nach dem Stoß im Berührpunkt die gleichen Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Stoßnormalen.

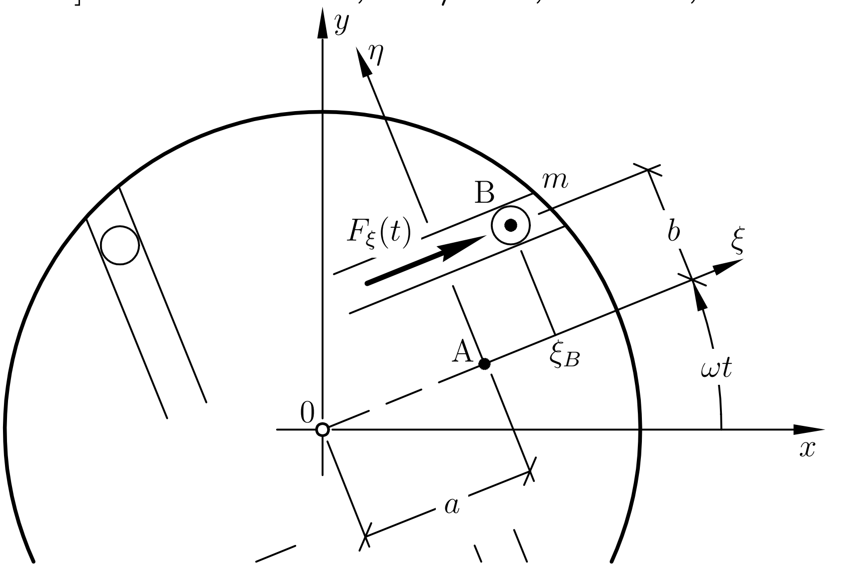
Berechnen Sie die Horizontalgeschwindigkeit $\overline{v}_{Bx}$ und die Winkelgeschwindigkeit $\overline{\omega}_B$ des Brettes unmittelbar nach dem Stoß.

Gegeben: m_W, m_B, a, r, ω_W, v_W



Aufgabe 3 [18 Punkte] **nur für MB, WI/MB, CMPE, MECH**

Bei einem Karussell sind auf einer horizontalen Scheibe (konstante Winkelgeschwindigkeit ω) Gondeln (Masse m) montiert, die sich in geraden, glatten Führungen mit $\xi_B(t) = \widehat{u} \cos \Omega t$ bewegen.



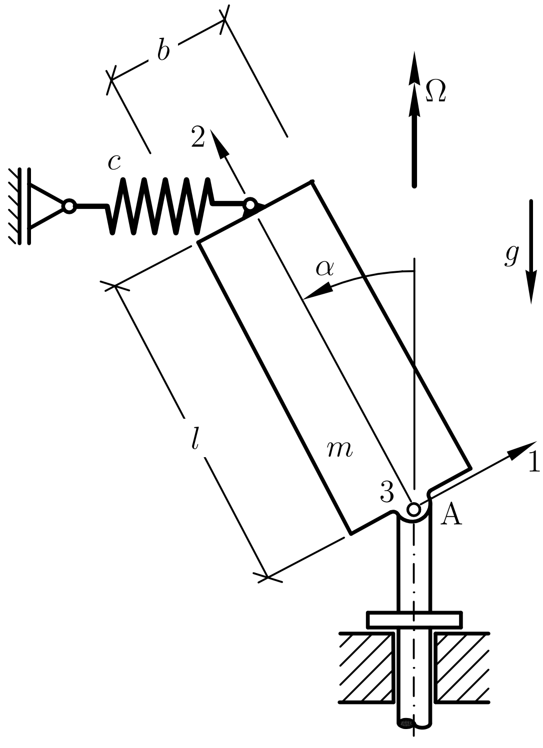
a) Geben Sie für die Position $\xi_B(t)$ der Gondel die Führungsbeschleunigung $\vec{a}_f$, die Coriolisbeschleunigung $\vec{a}_c$ und die Relativbeschleunigung $\vec{a}_{rel}$ als Vektoren im scheibenfesten $\xi\eta$-Koordinatensystem an.

b) Welche Kraft $F_\xi(t)$ übt der Antrieb in ξ-Richtung auf die Gondel aus?

Gegeben: a, b, ω, $\widehat{u}$, Ω, m

Aufgabe 4 [19 Punkte] **nur für MB, WI/MB, CMPE, MECH**

Eine dünne homogene Platte (Länge l, Breite b, Masse m) ist in A reibungsfrei drehbar um die 3-Achse gelagert. Die Antriebswelle rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω. Die Platte ist mit einer Feder (Steifigkeit c) abgestützt, die stets horizontal bleibt und in der Stellung $\alpha = 0$ kräftefrei ist.



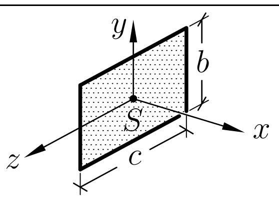
a) Ermitteln Sie die möglichen stationären Winkellagen $\alpha_{stat}(\Omega)$ in Abhängigkeit von der Antriebsdrehzahl Ω.

b) In welchem Drehzahlbereich existieren nur die beiden trivialen stationären Zustände $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$?

c) Geben Sie die Bewegungsgleichung in der Form $\ddot{\alpha} = f(\alpha)$ an.

Gegeben: m, l, b, g, c, Ω

Hinweis: Ausschnitt aus einer Tabelle für Massenträgheitsmomente:

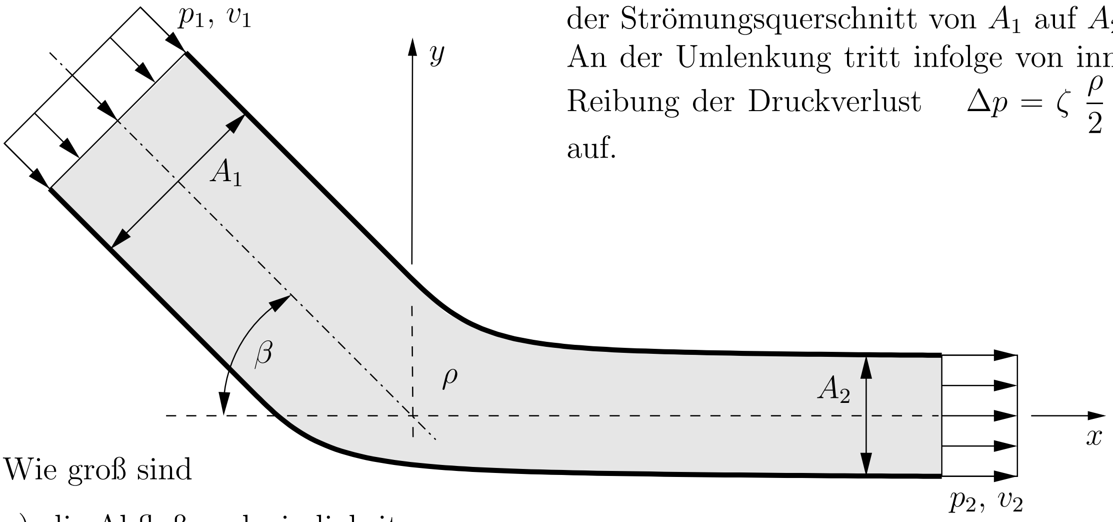
Dünne rechteckige Platte		$\Theta_x = \frac{1}{12} m (b^2 + c^2)$ $\Theta_y = \frac{1}{12} m c^2$ $\Theta_z = \frac{1}{12} m b^2$

nur für MB, WI/MB, CMPE, MECH

nur für MB, WI/MB, CMPE, MECH

Aufgabe 3 [18 Punkte] **nur für BI, Math, Geo**

In einem horizontalen Kanal verengt sich in der Umlenkung (Umlenkwinkel β) der Strömungsquerschnitt von A_1 auf A_2. An der Umlenkung tritt infolge von innerer Reibung der Druckverlust $\Delta p = \zeta \, \dfrac{\rho}{2} \, v_1^2$ auf.



Wie groß sind

a) die Abflußgeschwindigkeit v_2,

b) der Druck p_2 und

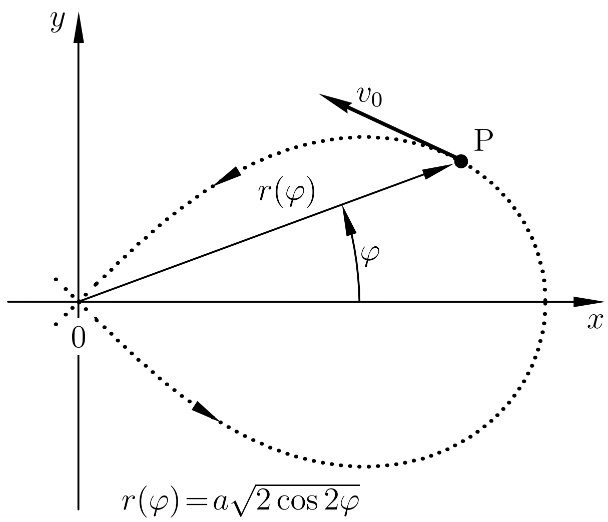
c) die Komponenten F_x und F_y der Kraft, welche die Flüssigkeit auf die Kanalwand ausübt?

Gegeben: $v_1,\ p_1,\ A_1,\ A_2,\ \beta,\ \rho,\ \zeta$

nur für BI, Math, Geo

Aufgabe 4 [19 Punkte] **nur für BI, Math, Geo**

Ein Punkt P bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_0 in einer Ebene entlang der im Bild skizzierten Bahn. In Polarkoordinaten wird die Bahn durch den Radius $r(\varphi)$ beschrieben. Bei den nachfolgenden Fragen beschränken Sie sich bitte auf die rechte Halbebene ($-45° \leq \varphi \leq +45°$).



a) Geben Sie die Formeln für den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ in natürlichen und in Polarkoordinaten an.

b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\varphi)$ und die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}(\varphi)$ durch Vergleich der Darstellungen der Geschwindigkeit.

c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}$ und den Tangenteneinheitsvektor $\vec{e}_t(\varphi)$ in Abhängigkeit vom Winkel φ und von den Einheitsvektoren $\vec{e}_r$ und $\vec{e}_\varphi$ des Polarkoordinatensystems.

d) Wie groß sind die Tangential- und die Normalbeschleunigung a_{t0} und a_{n0} beim Durchfahren des Koordinatenursprungs 0?

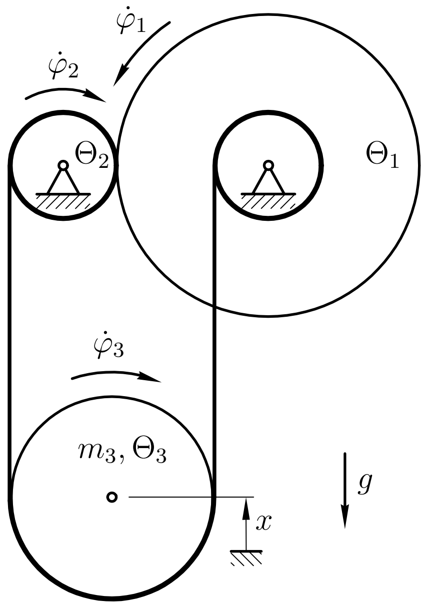
e) An welcher Stelle x_A erfährt der Punkt P die größte Beschleunigung?

Gegeben: $r(\varphi) = a\sqrt{2\cos 2\varphi}$, φ, a, v_0

nur für BI, Math, Geo

Aufgabe K1 [7 Punkte]

Ein Hubsystem besteht aus mehreren Rollen, die mit einem Seil verbunden sind. Gegeben seien die in der Skizze genannten Größen.



a) Zeichnen Sie alle d'Alembertschen Scheinkräfte und Scheinmomente (infolge der Trägheitswirkung) vorzeichenrichtig in das Hubsystem ein und geben Sie deren Größen an.

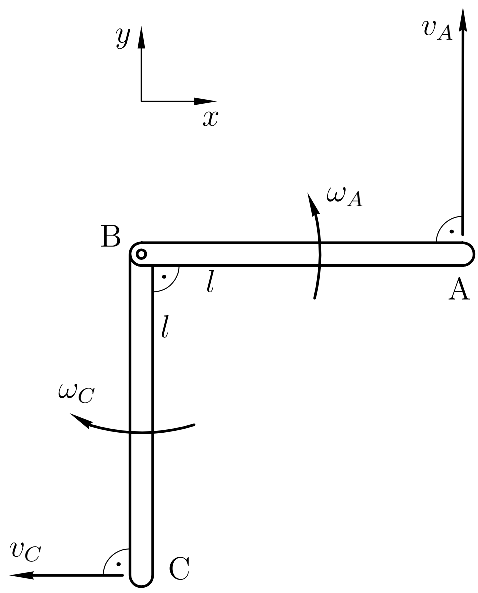
b) Geben Sie den Ausdruck für die kinetische Energie des Hubsystems an.

$T = E_{\text{kin}} =$

Aufgabe K2 [6 Punkte]

Zwei gleiche dünne Balken in der Ebene sind in B gelenkig verbunden. Die Geschwindigkeiten v_A und v_C der Endpunkte A und C sind vorgegeben, und es gilt $v_A = 2v_C$.

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen für den momentanen Bewegungszustand an.

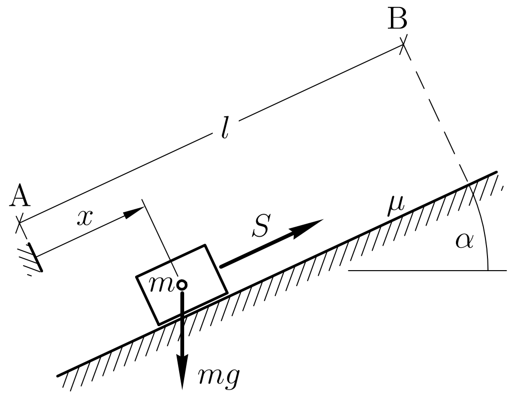


a) Der Punkt B
- ◯ bewegt sich nach links,
- ◯ bewegt sich nach rechts,
- ◯ bewegt sich nach oben,
- ◯ bewegt sich nach unten,
- ◯ hat die Geschwindigkeit null,
- ◯ hat eine undefinierte Geschwindigkeit.

b) Für die Winkelgeschwindigkeit des Balkens A gilt
- ◯ $\omega_A = \omega_C$,
- ◯ $\omega_A = 2\omega_C$,
- ◯ $\omega_A = \omega_C/2$,
- ◯ $\omega_A = -\omega_C$,
- ◯ $\omega_A = v_A/l$,
- ◯ $\omega_A = 2v_C/l$.

Aufgabe K3 [7 Punkte]

Eine Punktmasse m wird mit veränderlicher Geschwindigkeit eine rauhe schiefe Ebene hinaufgezogen. Die notwendige Zugkraft des Antriebs ist mit S bezeichnet.



Kreuzen Sie an.

a) Die momentane Antriebsleistung beträgt:

richtig	falsch	
		$P = \int_{(l)} S\,dx$
		$P = Sx$
		$P = S\dot{x}$
		$P = \mu mg\cos\alpha\,\dot{x}$
		$P = m\left[\ddot{x} + \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha\right]\dot{x}$

b) Die Reibarbeit entlang des Weges von A nach B beträgt:

richtig	falsch	
		$W^*_{\mathrm{AB}} = \int_{(l)} m\ddot{x}\sin\alpha\,dx$
		$W^*_{\mathrm{AB}} = -\int_{(l)} S\,dx$
		$W^*_{\mathrm{AB}} = -\int_{(l)} \mu mg\cos\alpha\,dx$
		$W^*_{\mathrm{AB}} = -\mu mg\cos\alpha\,l$
		$W^*_{\mathrm{AB}} = \mu mgl$
		$W^*_{\mathrm{AB}} = Sl$

c) Der Unterschied der potentiellen Energien von B und A beträgt:

richtig	falsch	
		$\Delta U = Sl$
		$\Delta U = mgl\cos\alpha$
		$\Delta U = mgl\sin\alpha$
		$\Delta U = \mu mgl\cos\alpha$