INSTITUT FÜR MECHANIK	Technische Universität Darmstadt
Prof. W. Becker Prof. D. Gross Prof. P. Hagedorn Prof. R. Markert Jun. Prof. R. Müller	**Prüfung** **Technische Mechanik III** am 27. Februar 2006

(Name) (Vorname) (Matr.-Nr.) (Studiengang)

(Platznummer)

Einverständniserklärung:
Ich stimme hiermit zu, dass meine Prüfungsergebnisse zusammen mit meiner Matrikelnummer (ohne Namen) im Internet eingesehen werden können.

Darmstadt, 27.02.2006

(Unterschrift)

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und numerieren Sie die Blätter. Der Lösungsweg soll klar erkennbar sein, die Ergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden. Bei den durch K gekennzeichneten Kurzfragen sind lediglich Ergebnisse einzutragen.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang eines beidseitig beschriebenen DIN A4-Blattes, die Biegelinientafel, die Integrationstafel sowie das Hilfsblatt zur Torsion zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

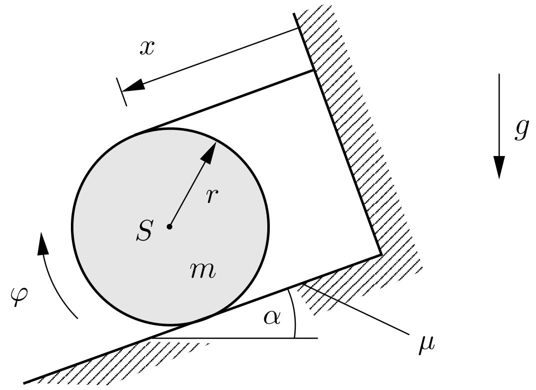
Achtung:
Aufgabe 3a ist für die Studiengänge BI, Mathematik und Geowissenschaften.
Aufgabe 3b ist für die Studiengänge MB, WIMB, MPE, CMPE, CE und Mechanik.

Viel Erfolg !

Aufgabe	1	2	3	4	K1	K2	K3	K4	$\sum$	Note
max. Punkte	19	20	21	25	3	4	3	5	100	
erreichte Punkte										
Hand-zeichen										

Aufgabe 1 [19 Punkte]

Eine homogene Walze (Radius r, Masse m) ruht auf einer rauhen, schiefen Ebene (Reibungskoeffizient μ) und ist durch einen aufgewickelten Faden mit der Wand verbunden. Der Winkel α ist so groß, dass die Walze zum Zeitpunkt $t = 0$ zu rutschen beginnt.

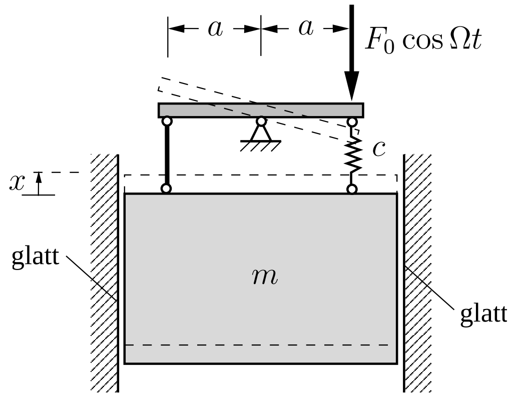


a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ des Walzenschwerpunkts.

b) Zum Zeitpunkt $t = t_1$ wird das Seil durchgeschnitten. Wie lauten dann die Gleichungen für die Schwerpunktgeschwindigkeit $\dot{x}(t)$ und für die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t)$?

Gegeben: r, m, μ, α, g

Aufgabe 2 [20 Punkte]



Ein Körper der Masse m ist an einem beweglichen, masselosen Gestänge und einer Feder aufgehängt. Das System wird durch die Kraft $F = F_0 \cos \Omega t$ zu Schwingungen erregt.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Masse m unter der Annahme <u>kleiner</u> Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage auf.

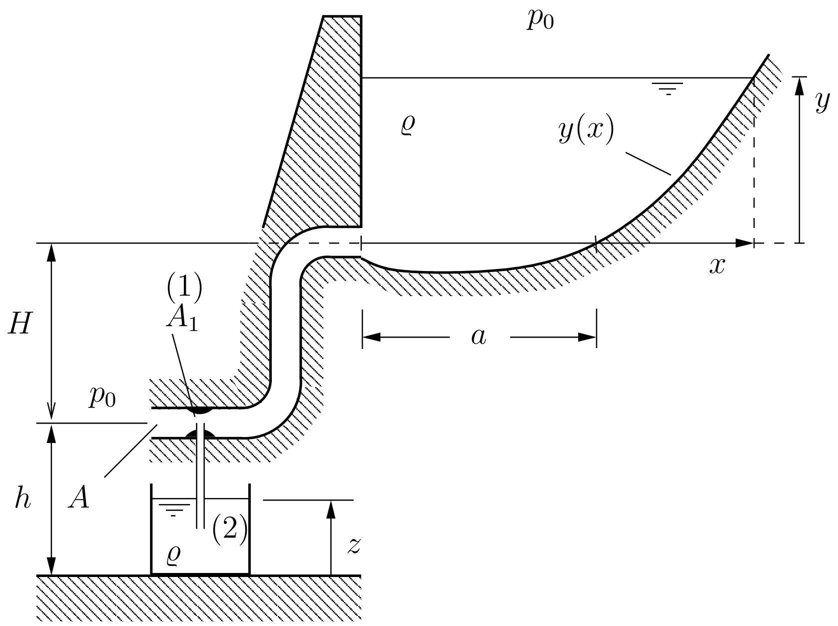
b) Wie groß ist die Eigenfrequenz (Kennfrequenz) ω des Systems?

c) Wie groß ist die Schwingungsamplitude $\widehat{x}$ im eingeschwungenen Zustand, wenn die Erregerfrequenz doppelt so groß ist wie die Eigenfrequenz: $\Omega = 2\,\omega$?

Gegeben: m , c , a , F_0 , Ω

Aufgabe 3a [21 Punkte]

nur für BI, Mathe und Geo.



Aus einem Staubecken mit konstanter Breite b fließt durch ein Rohr (Querschnittsfläche A) Wasser (Dichte ϱ) ab. An der Stelle (1) wird der Rohrquerschnitt durch einen Venturi-Einsatz auf die Fläche A_1 verringert. Dabei sinkt der Wasserspiegel im Becken so langsam, dass die Strömung als stationär angenommen werden kann.

a) Wie muss die Form $y(x)$ des Beckenbodens gewählt werden, damit der Wasserspiegel bis zuletzt ($y = 0$) mit konstanter Geschwindigkeit v_0 fällt?

b) Wie groß ist dann der Abstand a ?

c) Ermitteln Sie den Druck p_1 und die Geschwindigkeit v_1 im Venturi-Einsatz!

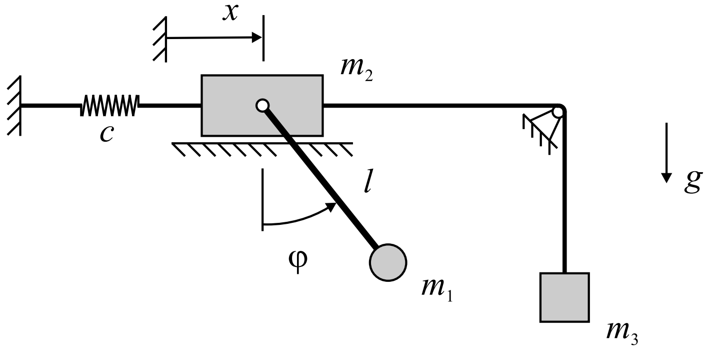
d) Ermitteln Sie den Pegel z als Funktion vom Wasserstand y im Staubecken, wenn Behälter (2) ebenfalls mit Wasser (Dichte ϱ) gefüllt ist und der Ausfluss auf der Höhe h liegt!

Gegeben: ϱ, p_0, b, H, h, A, A_1

Aufgabe 3b [21 Punkte]

nur für WI-MB, MB, MPE, CMPE, CE und Mechanik

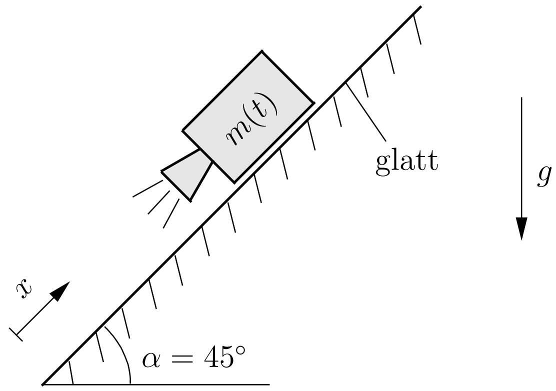
Das dargestellte System besteht aus drei Punktmassen, die durch ein dehnstarres Seil, eine masselose Stange und eine Feder verbunden sind. Die Feder sei bei $x = 0$ entspannt.



Stellen Sie unter Verwendung der *Lagrangeschen Gleichungen 2. Art* oder des *Prinzips von d'Alembert* die Bewegungsgleichungen auf.

Gegeben: $m_1 = m_2 = m_3 = m\,,\ l\,,\ c\,,\ g$

Aufgabe 4 [25 Punkte]



Eine Rakete wird eine um $\alpha = 45°$ geneigte glatte schiefe Ebene hinaufgeschossen. Die pro Zeiteinheit ausgestoßene Masse (Massenausstoß) μ_0 und die Massenaustoßgeschwindigkeit w seien zunächst als konstant angenommen. Zum Anfangszeitpunkt $t = 0$ habe die Rakete die Gesamtmasse m_0 (inklusive Treibstoff) und die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Rakete auf.

b) Geben Sie die Masse $m(t)$ der Rakete in Abhängigkeit von der Zeit an.

c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ der Rakete.

d) Zu welchem Zeitpunkt t_1 hat die Rakete nur noch die Masse $m(t_1) = m_0/2$ und wie groß ist dann ihre Geschwindigkeit $v(t_1)$?

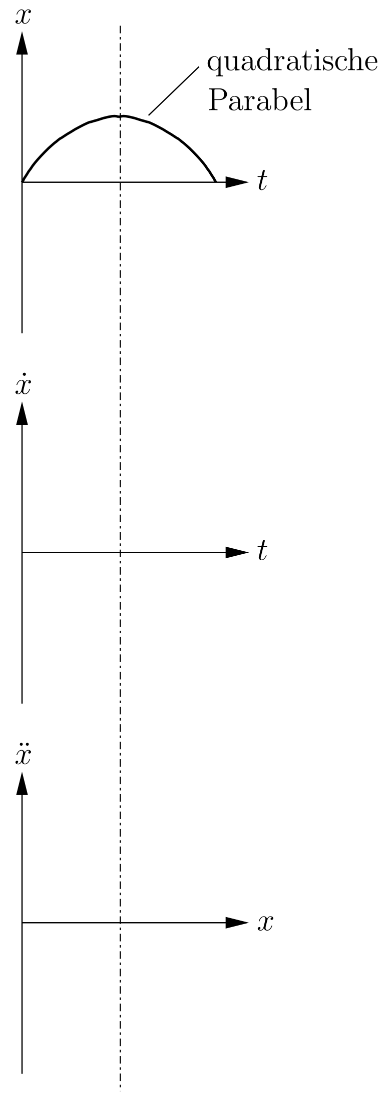
e) Ab dem Zeitpunkt t_1 soll die Geschwindigkeit der Rakete konstant gehalten werden, indem der Massenausstoß $\mu = -\dot{m}$ (bei konstantem w) verändert wird. Wie ist dann der zeitliche Verlauf $m(t)$ der Gesamtmasse?

Gegeben: $\alpha = 45°\,,\ \mu_0\,,\ w\,,\ m_0\,,\ g$

Hinweis: $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{at+b} = \frac{1}{a}\ln(at+b) + C.$

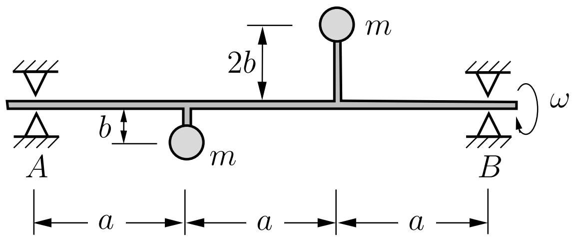
Kurzfrage III-1 [3 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte Weg-Zeit-Diagramm. Skizzieren Sie den zugehörigen Geschwindigkeitsverlauf $\dot{x}(t)$ in Abhängigkeit der Zeit sowie den Verlauf der Beschleunigung $\ddot{x}(x)$ in Abhängigkeit des Ortes x.



Kurzfrage III-2 [4 Punkte]

An einer Welle ist in den Abständen b bzw. $2b$ jeweils eine Zusatzmasse m befestigt.
Wie groß ist der Betrag der Lagerkraft A, wenn die Welle mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert und die Welle sowie die Befestigungsstangen als masselos angesehen werden können?

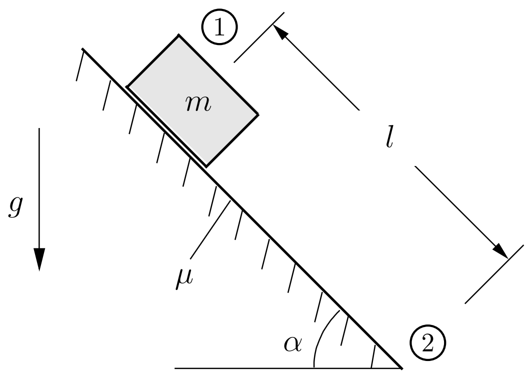


- ☐ $A = b\,\omega^2 m$
- ☐ $A = 0$
- ☐ $A = \dfrac{a^2}{2b}\,\omega^2 m$
- ☐ $A = (3a + 2b)\,\omega^2 m$
- ☐ $A = \dfrac{2a - b}{a^2}\,\dfrac{m}{\omega^2}$

Kurzfrage III-3 [3 Punkte]

Auf einer rauhen Bahn (Reibungskoeffizient μ) rutscht eine Masse m die Strecke l herunter. Die Anfangsgeschwindigkeit sei $v_1 = 0$.

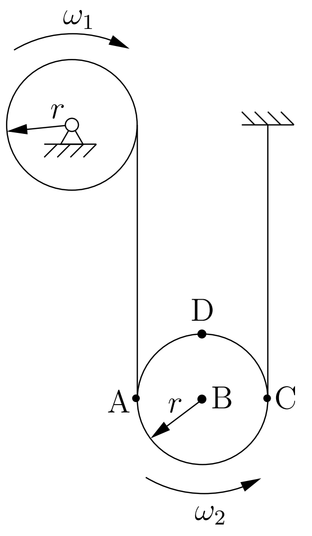
Welche der folgenden Aussagen für die Endgeschwindigkeit in Punkt 2 ist richtig?



- ☐ $v_2 = \sqrt{mgl}\,\sqrt{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$
- ☐ $v_2 = \sqrt{2gl}\,\sqrt{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$
- ☐ $v_2 = \sqrt{2gl}\,\sqrt{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$
- ☐ $v_2 = \sqrt{mgl}\,(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$
- ☐ $v_2 = \sqrt{2gl\mu}\,\sqrt{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$

Kurzfrage III-4 [5 Punkte]

Kreuzen Sie an!



	richtig	falsch
$v_D = \frac{\sqrt{2}}{2} v_A$		
$v_C = 0$		
$\omega_1 = \omega_2$		
$\omega_1 = 2\omega_2$		
$\omega_2 = \frac{2v_B}{r}$		