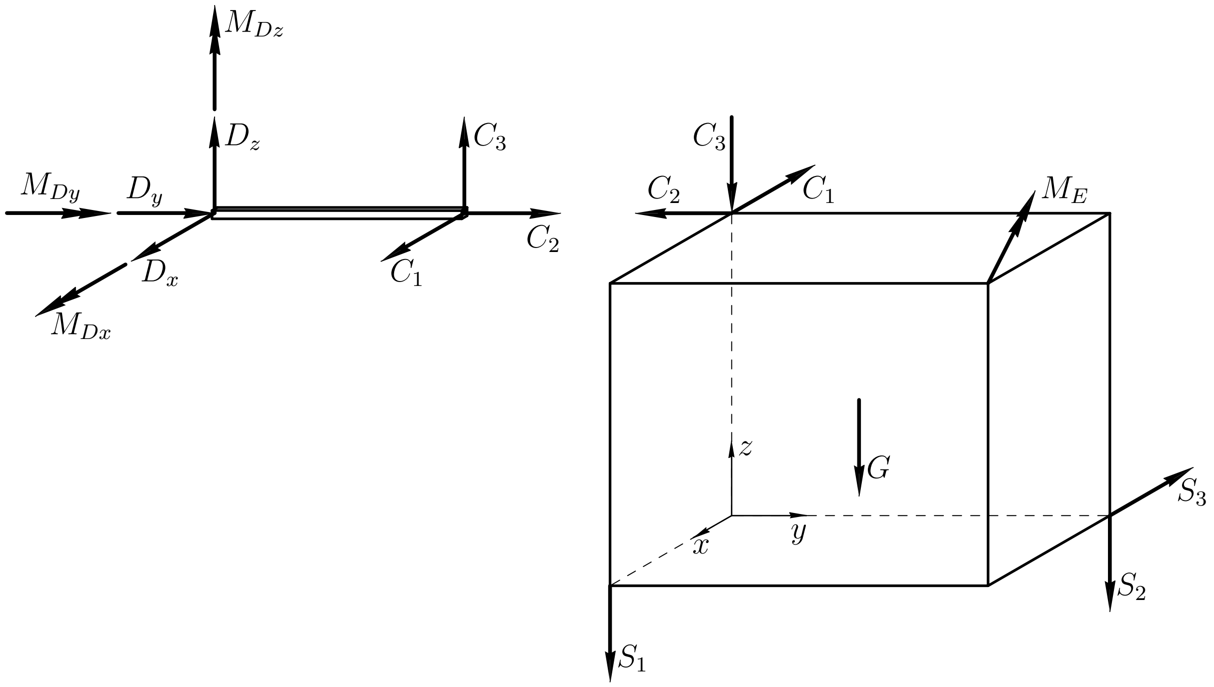
TM I Lösungen

Musterlösung:

a) Freikörperbilder:



b) Gleichgewichtsbedingungen für den Quader:

$$\sum M_{ix}^{(B)} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2bS_1 + 2bC_3 - 3M_0 + 2cC_2 + bG = 0$$

$$\sum M_{iy}^{(B)} = 0 \quad \Rightarrow \quad -2cC_1 + 2aS_1 + aG = 0$$

$$\sum M_{iz}^{(B)} = 0 \quad \Rightarrow \quad -2bC_1 + M_0 = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad -C_2 = 0$$

Aus den letzten beiden Gleichgewichtsbedingungen folgt sofort

$$C_1 = \frac{M_0}{2b} \qquad \text{und} \qquad C_2 = 0$$

Aus der zweiten Gleichgewichtsbedingung ergibt sich

$$S_1 = \frac{c}{a}C_1 - \frac{1}{2}G = \frac{c}{a}\frac{M_0}{2b} - \frac{1}{2}G$$

Damit folgt nach Einsetzten in die erste Gleichgewichtsbedingung

$$C_3 = -S_1 + 3\frac{M_0}{2b} + \frac{1}{2}G \quad \Leftrightarrow \quad C_3 = \left(3 - \frac{c}{a}\right)\frac{M_0}{2b} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\vec{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 - \frac{c}{a} \end{pmatrix} \frac{M_0}{2b}}$$

c) Gleichgewichtsbedingungen für den Balken DC:

$$\sum F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad D_x + C_1 = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0 \quad \Rightarrow \quad D_y + C_2 = 0$$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad \Rightarrow \quad D_z + C_3 = 0$$

$$\sum M_{ix}^{(C)} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Dx} + lC_3 = 0$$

$$\sum M_{iy}^{(C)} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Dy} = 0$$

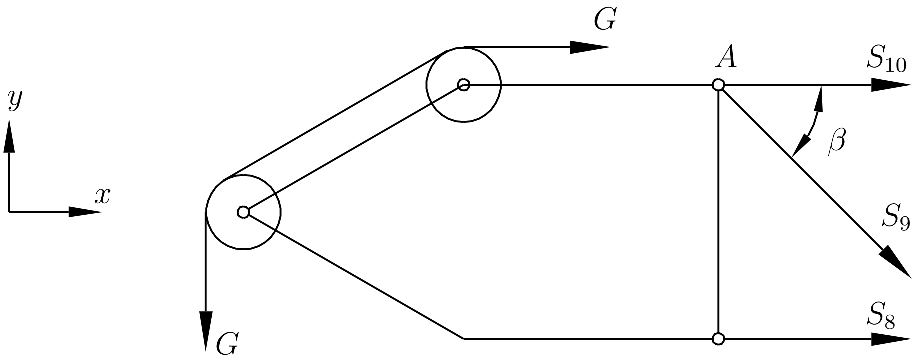
$$\sum M_{iz}^{(C)} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Dz} - lC_1 = 0$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\vec{D} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{c}{a} - 3 \end{pmatrix} \frac{M_0}{2b}} \qquad \text{und} \qquad \boxed{\vec{M}_D = \begin{pmatrix} \frac{c}{a} - 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{M_0}{2b} l}$$

Aufgabe 2

a) $S_7 = 0$ (da Stäbe 6 & 7 kollinear und 7 orthogonal dazu)

b) S_8, S_9, S_{10} mittels Ritterschnitt



Gleichgewichtsbedingungen:

$$\sum F_{ix} = 0: \quad G + S_{10} + S_9 \cos\beta + S_8 = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0: \quad -G - S_9 \sin\beta = 0$$

$$\sum M_{iA} = 0: \quad G(a+b) + S_8 a = 0$$

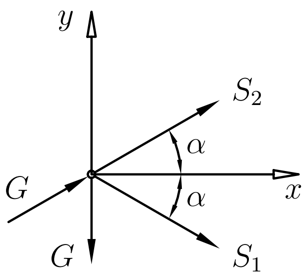
$$S_8 = -\frac{a+b}{a} G \qquad \sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_9 = -\sqrt{2} G \qquad \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{10} = -\left(1 + \frac{b}{a}\right) G$$

c) $S_6 = S_8$

d) S_1 und S_2 aus Kräftegleichungen an Knoten



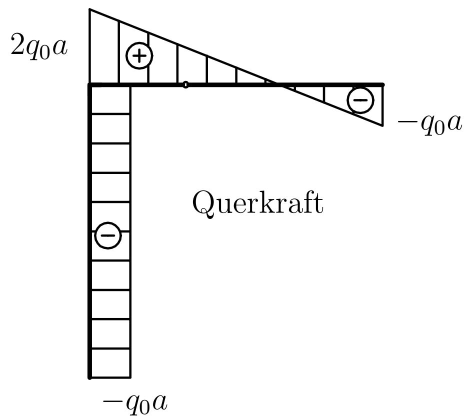
$$\sum F_{ix} = 0: \quad S_2 \cos\alpha + S_1 \cos\alpha + G \cos\alpha = 0$$

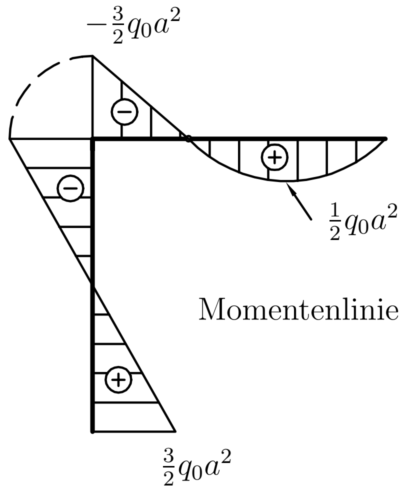
$$\sum F_{iy} = 0: \quad -G + G \sin\alpha + S_2 \sin\alpha - S_1 \sin\alpha = 0$$

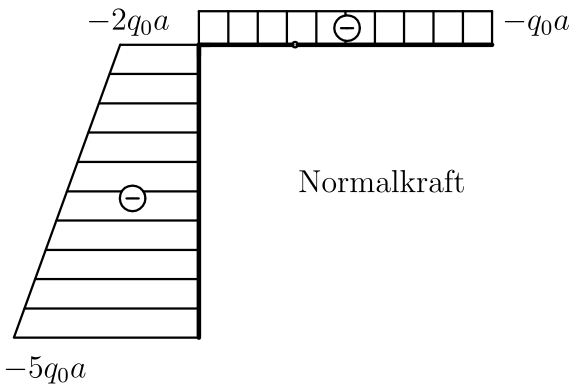
$$S_1 = -\frac{1}{2\sin\alpha} G \qquad \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{4b^2 + a^2}}$$

$$S_2 = \left(\frac{1}{2\sin\alpha} - 1\right) G$$

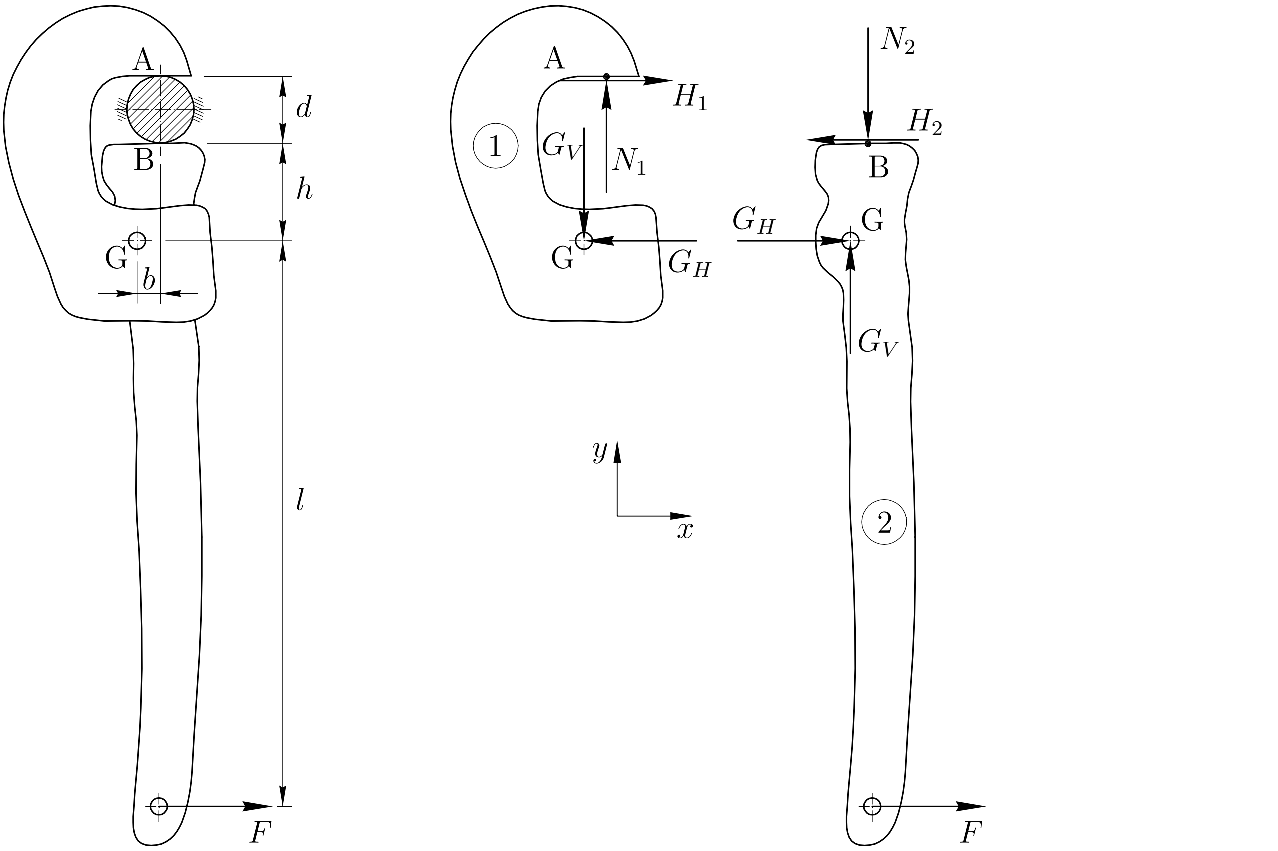
Aufgabe 3


$2q_0a$
$-q_0a$
Querkraft
$-q_0a$


$-\frac{3}{2}q_0a^2$
$\frac{1}{2}q_0a^2$
Momentenlinie
$\frac{3}{2}q_0a^2$


$-2q_0a$
$-q_0a$
Normalkraft
$-5q_0a$

Aufgabe 4



b)

$$
\begin{array}{llll}
 & \text{Körper 1} & & \text{Körper 2} \\
\sum F_{ix}: & H_1 - G_H = 0 \quad (1) & \sum F_{ix}: & G_H - H_2 + F = 0 \quad (4) \\
\sum F_{iy}: & N_1 - G_V = 0 \quad (2) & \sum F_{iy}: & G_V - N_2 = 0 \quad (5) \\
\sum M_i^{(G)}: & bN_1 - (d+h)H_1 = 0 \quad (3) & \sum M_i^{(G)}: & lF + hH_2 - bN_2 = 0 \quad (6)
\end{array}
$$

Berechnung der unbekannten Kräfte in A und B

$$
\begin{array}{rl}
\text{aus (2) und (5)}: & N_1 = N_2 \\
\text{aus (1) und (4)}: & H_2 = H_1 + F \\
\text{aus (3)}: & N_1 = \dfrac{d+h}{b} H_1 \\
\text{aus (6)}: & lF + h(H_1 + F) - (d+h)H_1 = 0
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{rcl}
H_1 & = & \dfrac{h+l}{d} F \\
H_2 & = & \left(\dfrac{h+l}{d} + 1 \right) F \\
N_1 = N_2 & = & \dfrac{(h+l)(h+d)}{db} F
\end{array}
$$

c)

Haftbedingung : $\quad H_j \leq \mu_0 N_j, \quad j = 1, 2$

Wegen $N_1 = N_2$ und $H_2 > H_1$ aus b) folgt:

$$\begin{aligned} H_2 &\leq \mu_0 N \quad \text{und} \\ \mu_0 &\geq \frac{(h+l+d)b}{(h+l)(h+d)} \end{aligned}$$