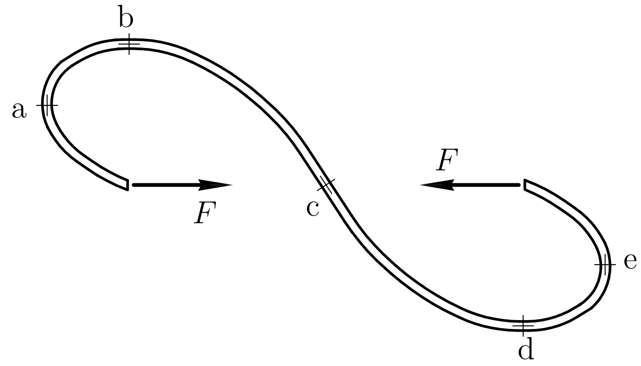
Musterlösungen TM I

Aufgabe K1 [5 Punkte]

Der dargestellte Bogen wird durch die Kräfte F belastet. An welchen Stellen im Bogen verschwinden die Normalkraft N, die Querkraft Q bzw. das Biegemoment M?

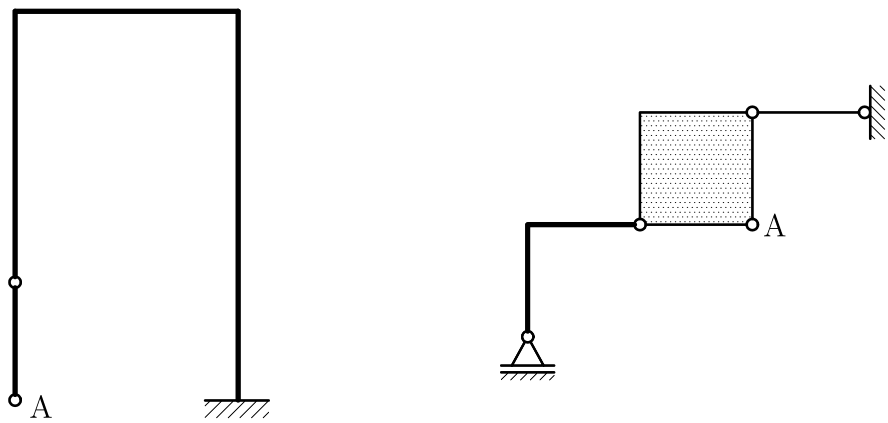
Bitte ankreuzen.

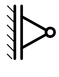
	$N = 0$	$Q = 0$	$M = 0$	
a	X			1
b		X		1
c			X	1
d		X		1
e	X			1



Aufgabe K2 [4 Punkte]

An den skizzierten Tragwerken soll jeweils im Punkt A ein Lager angebracht werden, so daß die Tragwerke kinematisch bestimmt und statisch bestimmt gelagert sind. Mit welchen Lagern ist das möglich? Bitte kreuzen Sie die richtigen Antworten an.

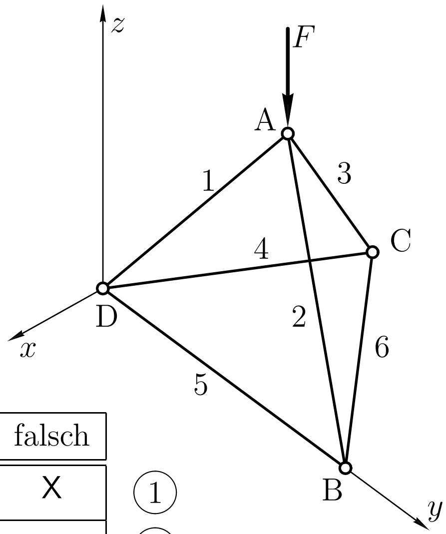


	Tragwerk links	Lager	Tragwerk rechts	
	☐		☐	
2	X		☐	
	☐		X	2
	☐	Keine dieser Möglichkeiten	☐	

Aufgabe K3 [4 Punkte]

Sechs Stäbe gleicher Länge sind zu einem regelmäßigen, tetraederförmigen Fachwerk verbunden. Das Fachwerk liegt auf einer horizontalen Ebene und wird in A in negativer z-Richtung durch eine Kraft F belastet.

Welche Aussagen über die Stabkräfte sind richtig und welche falsch? Bitte ankreuzen.



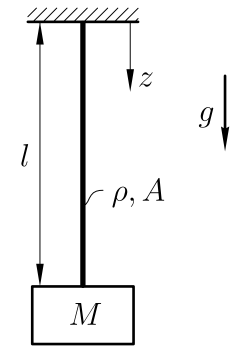
	richtig	falsch	
$S_1 = S_2 = S_3 = -\frac{1}{3}F$		X	1
$\lvert S_1\rvert > \lvert S_6\rvert$	X		1
$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{3}F$, $S_4 = S_5 = S_6 = \frac{1}{6}F$		X	1
$S_1 = S_2 = S_3 < 0$, $S_4 = S_5 = S_6 > 0$	X		1

Aufgabe K4 [3 Punkte]

An einem Seil (Dichte ρ, Querschnittsfläche A, Länge l) hängt ein Klotz (Masse M).

Geben Sie die Normalkraft im Seil in Abhängigkeit von der Ortskoordinate z in dem dafür vorgesehen Kasten an.

Gegeben: ρ, A, l, M, g



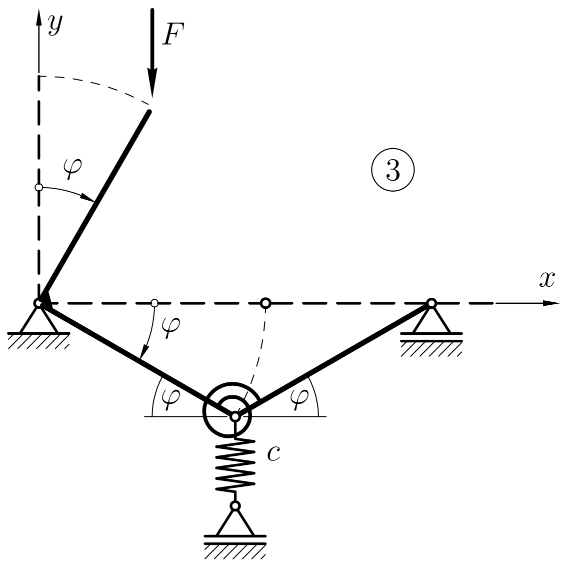
$N(z) = (M + (l - z)\rho A)g$ 3

Aufgabe 1 [13 Punkte]

$$U = Fl\cos\varphi + \frac{1}{2}c(l\sin\varphi)^2 + \frac{1}{2}c_D(2\varphi)^2 \quad (4)^*$$

$$U' = -Fl\sin\varphi + cl^2\sin\varphi\cos\varphi + 4c_D\varphi \quad (1)$$

$$U'' = -Fl\cos\varphi + cl^2\cos^2\varphi - cl^2\sin^2\varphi + 4c_D \quad (1)$$



kritische Last: $U''\Big|_{\varphi=0} = 0 \quad (2)$

$$U''\Big|_{\varphi=0} = 0 = -F_{krit.}l + cl^2 + 4c_D \quad (1)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{krit.} = \frac{cl^2 + 4c_D}{l}} \quad (1)$$

$)^*$ je Term 1 Punkt + 1 Punkt auf Lösungsweg

Alternativ:

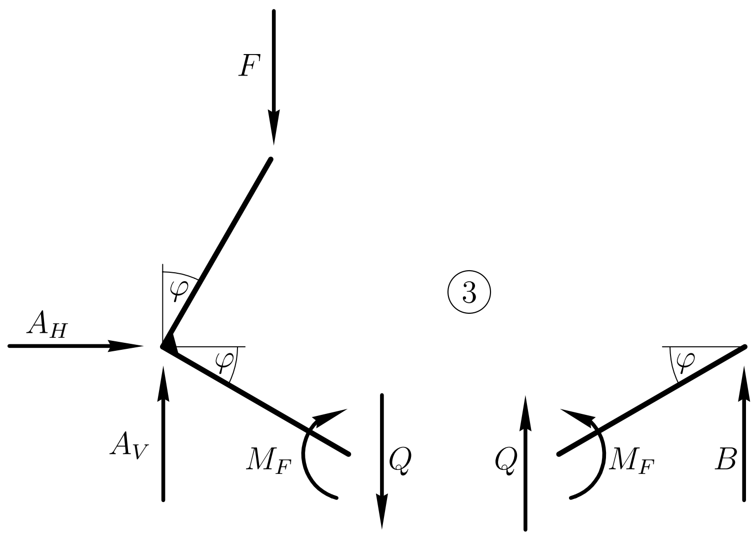
$$Fl\varphi + M_F + (Q - F_F)l = 0 \quad (2)$$

$$Ql - M_F = 0 \quad (2)$$

$$M_F = c_D 2\varphi \quad (2)$$

$$F_F = cl\varphi \quad (2)$$

$$\Rightarrow (Fl + 4c_D\varphi - cl^2)\varphi = 0 \quad (1)$$

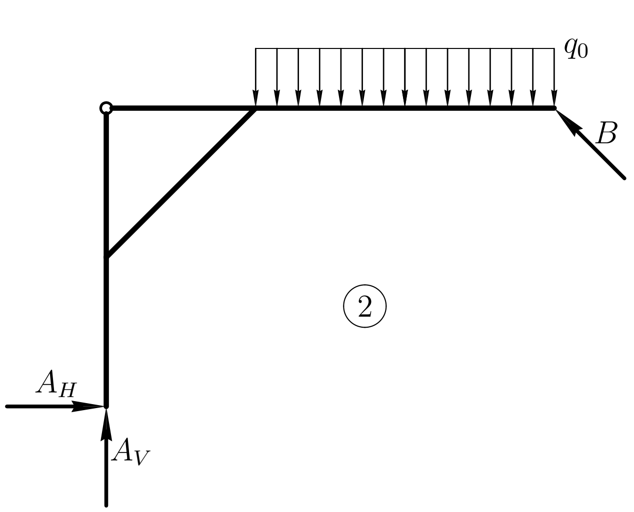


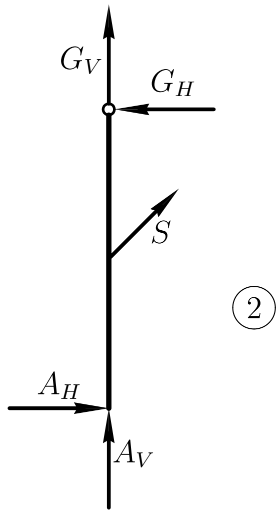
Stabilitätsgrenze:

$$\boxed{F_{krit.} = \frac{cl^2 + 4c_D}{l}} \quad (1)$$

Aufgabe 2 [27 Punkte]

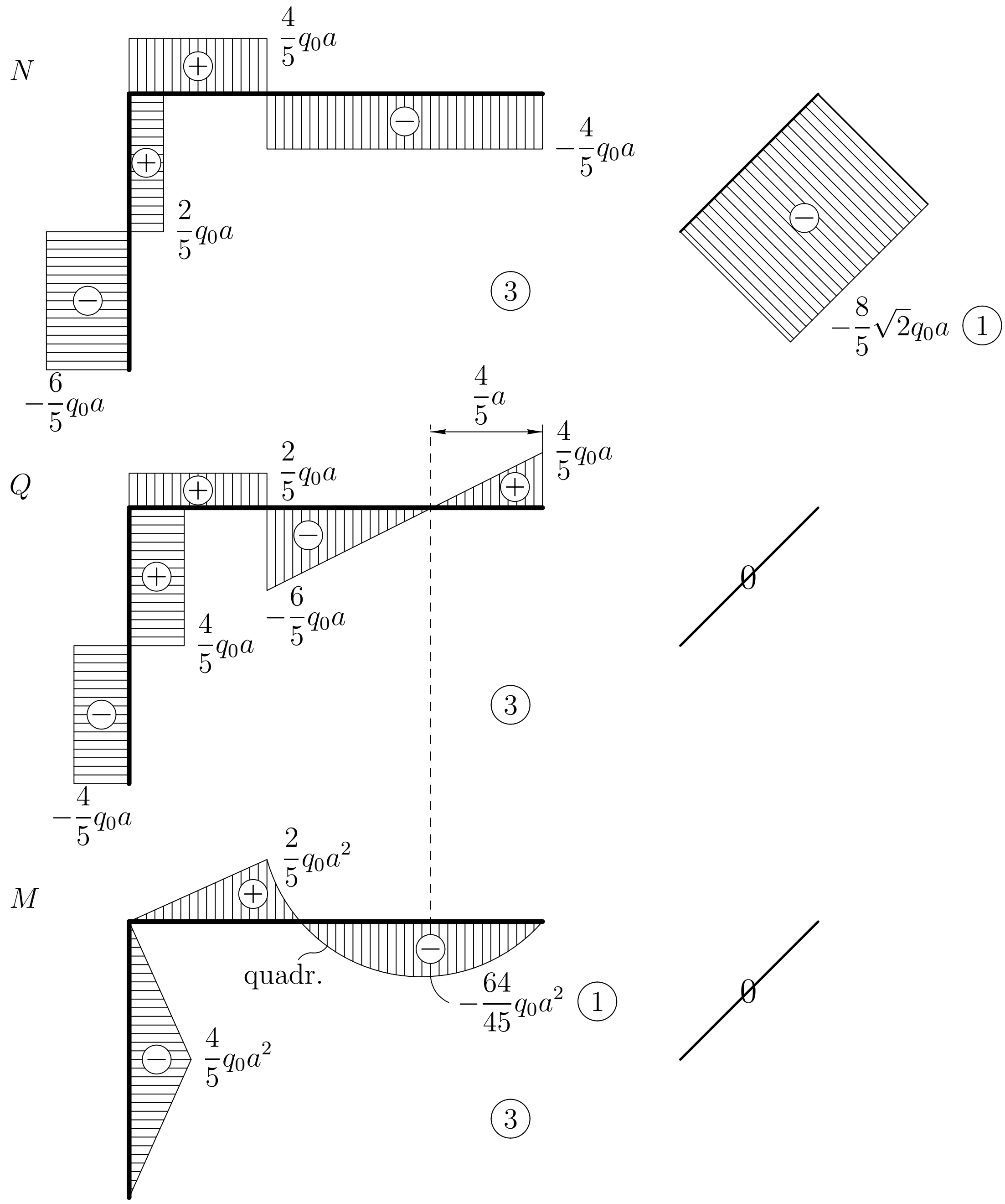
a)





$$
\begin{aligned}
\overset{\curvearrowleft}{\mathrm{A}}:\quad 0 &= \frac{\sqrt{2}}{2}B(3a+2a) - 2q_0a\cdot 2a && \text{(2)} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{4}{5}\sqrt{2}q_0a && \text{(1)}\\
\uparrow:\quad 0 &= A_V - 2q_0a + \frac{\sqrt{2}}{2}B && \text{(2)} \quad \Rightarrow \quad A_V = \frac{6}{5}q_0a && \text{(1)}\\
\rightarrow:\quad 0 &= A_H - \frac{\sqrt{2}}{2}B && \text{(2)} \quad \Rightarrow \quad A_H = \frac{4}{5}\sqrt{2}q_0a && \text{(1)}\\
\overset{\curvearrowleft}{\mathrm{G}}:\quad 0 &= \frac{\sqrt{2}}{2}Sa + A_H2a && \text{(2)} \quad \Rightarrow \quad S = -\frac{8}{5}\sqrt{2}q_0a && \text{(1)}
\end{aligned}
$$

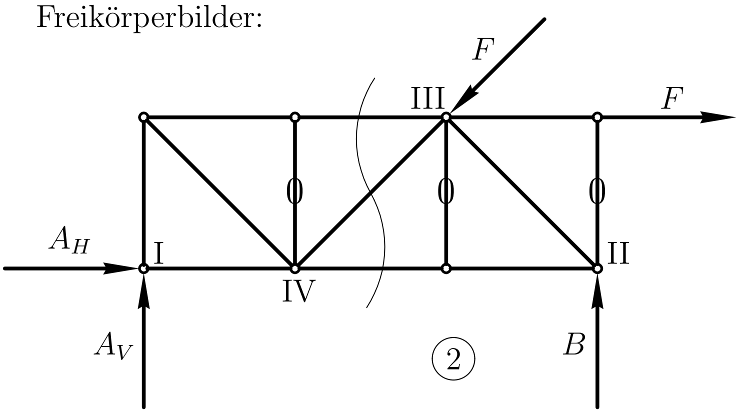
b)

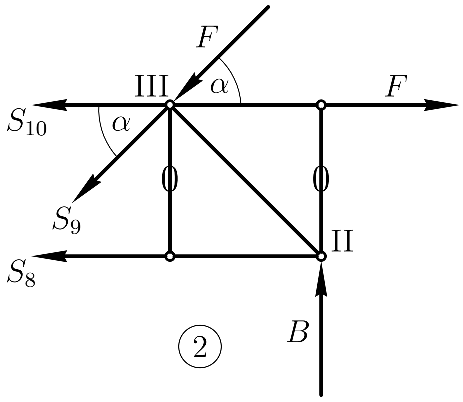

N
$\frac{4}{5}q_0a$
$-\frac{4}{5}q_0a$
$\frac{2}{5}q_0a$
$-\frac{6}{5}q_0a$
3
$-\frac{8}{5}\sqrt{2}q_0a$ 1
Q
$\frac{4}{5}a$
$\frac{4}{5}q_0a$
$\frac{2}{5}q_0a$
$-\frac{6}{5}q_0a$
$\frac{4}{5}q_0a$
$-\frac{4}{5}q_0a$
0
3
M
$\frac{2}{5}q_0a^2$
quadr.
$-\frac{64}{45}q_0a^2$ 1
$\frac{4}{5}q_0a^2$
0
3

Aufgabe 3 [19 Punkte]

Nullstäbe: 2, 3, 4 (3)

Freikörperbilder:





Lagerkraft B (Gesamtsystem, Erstarrungsprinzip):

$$\overset{\curvearrowleft}{\mathrm{I}}: \quad 0 = -aF + 3aB - \frac{\sqrt{2}}{2}aF \quad (2) \quad \Rightarrow \quad B = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{F}{3} \quad (1)$$

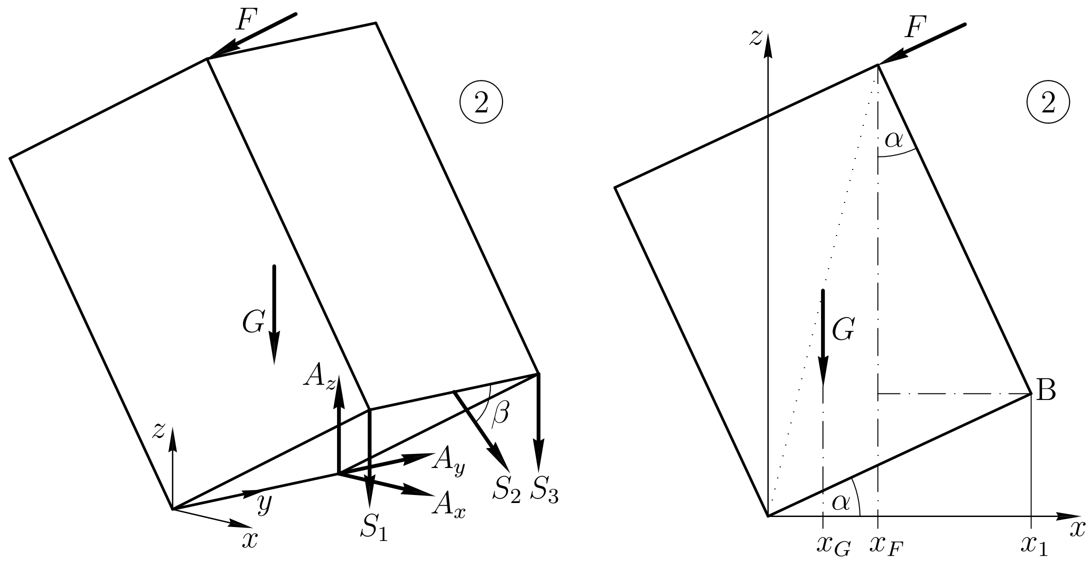
Ritterschnitt durch die Stäbe 8, 9 und 10 (mit $\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$):

$$\overset{\curvearrowleft}{\mathrm{III}}: \quad 0 = -aS_8 + aB \quad (2) \quad \Rightarrow \quad S_8 = B = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{F}{3} \quad (1)$$

$$\uparrow: \quad 0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}S_9 - \frac{\sqrt{2}}{2}F + B \quad (2) \quad \Rightarrow \quad S_9 = \left(2 - \sqrt{2}\right)\frac{F}{3} \quad (1)$$

$$\overset{\curvearrowleft}{\mathrm{IV}}: \quad 0 = 2aB - aF + aS_{10} = 0 \quad (2) \quad \Rightarrow \quad S_{10} = F - 2B = \left(1 - \sqrt{2}\right)\frac{F}{3} \quad (1)$$

Aufgabe 4 [25 Punkte] **Nicht für vorlesungsbegleitende Prüfung**



Nicht für vorlesungsbegleitende Prüfung

Geometrie: 3

$$\sin\alpha = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30°, \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\beta = \frac{a/2}{a/2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta = 45°, \quad \sin\beta = \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = a\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\,a, \qquad x_G = \frac{1}{2}x_F = \frac{1}{4}\left(\sqrt{3} - \frac{h}{a}\right)a,$$

Gleichgewichtsbedingungen je 2 und Lösungen je 1

$$\sum F_{ix} \;:\; 0 = A_x - F\cos\alpha \qquad \Longrightarrow \qquad A_x = \frac{\sqrt{3}}{2}\,F$$

$$\sum M_{iz}^{(A)}:\; 0 = -aF\cos\alpha + x_1 S_2\cos\beta \qquad \Longrightarrow \qquad S_2 = \sqrt{2}\,F$$

$$\sum F_{iy} \;:\; 0 = A_y + S_2\cos\beta \qquad \Longrightarrow \qquad A_y = -F$$

$$\sum M_{ix}^{(A)}:\; 0 = aS_1 + \frac{a}{2}G + aF\sin\alpha \qquad \Longrightarrow \qquad S_1 = -\frac{1}{2}\,G - \frac{\sqrt{3}}{2}\,F$$

$$\sum M_{iy}^{(B)}:\; 0 = x_1 A_z - (x_1 - x_G)G - hF - \frac{a}{2}A_x$$

$$\Longrightarrow \quad A_z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\,\frac{h}{a}\right)G + \left(\frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}\,\frac{h}{a}\right)F$$

$$\sum M_{iy}^{(A)}:\; 0 = x_G G - hF + x_1(S_1 + S_2\sin\beta + S_3)$$

$$\Longrightarrow \quad S_3 = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\,\frac{h}{a}\right)G - \left(\frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\,\frac{h}{a}\right)F$$

Alternativ:

Gleichgewichtsbedingungen 4

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad \sum \vec{M}_i = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0$$

Kräfte 6

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}, \quad \vec{S}_1 = S_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{S}_2 = S_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix}, \quad \vec{S}_3 = S_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\vec{G} = G \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = F \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ 0 \\ -\sin\alpha \end{pmatrix}$$

Kraftangriffspunkte je 1 — Geometrie 3

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_1 = a \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ \sin\alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_2 = a \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \frac{1}{2} \\ \sin\alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_3 = a \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 1 \\ \sin\alpha \end{pmatrix},$$

$$\vec{r}_F = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} \cos\alpha - \frac{h}{a}\sin\alpha \\ 0 \\ \sin\alpha + \frac{h}{a}\cos\alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_G = \frac{a}{4} \begin{pmatrix} \cos\alpha - \frac{h}{a}\sin\alpha \\ 1 \\ \sin\alpha + \frac{h}{a}\cos\alpha \end{pmatrix}$$

In Gleichgewichtsbedingungen einsetzen und ausrechnen 6

$$\sum \vec{F}_i = 0: \quad \begin{pmatrix} A_x \\ \\ A_y + S_2\cos\beta \\ \\ A_z - S_1 - S_2\sin\alpha - S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F\cos\alpha \\ \\ 0 \\ \\ G + F\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\sum \vec{M}_i = 0: \quad \begin{pmatrix} 2A_z - (\sin\beta + 2\sin\alpha\cos\beta)\,S_2 - S_3 \\ \\ 2\,(S_1 + 2S_2\sin\beta + S_3)\cos\alpha \\ \\ -2A_x + 2S_2\cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ \\ f(F,G) \\ \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit

$$f(F,G) = -\left(\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha - 2\frac{h}{a}\right)F - \left(\cos\alpha - \frac{h}{a}\sin\alpha\right)G$$