FG Festkörpermechanik
Fachbereich 13

Prof. D. Gross

Technische Universität Darmstadt

Prüfung
Technische Mechanik I

am 20. Februar 2007

(Name) (Vorname) (Matr.-Nr.) (Studiengang)

(Platznummer)

Einverständniserklärung:
Ich stimme hiermit zu, dass meine Prüfungsergebnisse zusammen mit meiner Matrikelnummer (ohne Namen) im Internet eingesehen werden können.

Darmstadt, 20.02.2007

(Unterschrift)

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und numerieren Sie die Blätter. Der Lösungsweg soll klar erkennbar sein, die Ergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden. Bei den Kurzfragen wird lediglich das Ergebnis gewertet.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang eines beidseitig beschriebenen DIN A4-Blattes zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

Viel Erfolg !

Aufgabe	1	2	3	4	5	K1	K2	$\sum$	Note
max. Punkte	14	21	14	21	22	4	4	100	
erreichte Punkte									
Handzeichen									

Aufgabe 1 [14 Punkte]

zu a)

Nullstäbe: 1, 3, 6, 7, 12

zu b)

GG an Knoten VIII: $S_{10} = -F$

GG am Gesamtsystem:

$$\begin{aligned}
\overset{\frown}{VI}: &\quad Fa + Aa = 0 \quad \Longrightarrow A = -F \\
\rightarrow: &\quad -F - C + \sqrt{2}F = 0 \quad \Longrightarrow C = (\sqrt{2}-1)F \\
\uparrow: &\quad B = -A = F
\end{aligned}$$

GG an Knoten VII: $S_{11} = (1-\sqrt{2})F$

GG an Knoten I: $S_2 = F$

GG an Knoten VI:

$$\begin{aligned}
\searrow: &\quad F + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} + S_9\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\
&\quad S_9 = -\sqrt{2}F - S_{11} = \ldots = -F = S_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nearrow: &\quad -S_8 + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} - S_9\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\
&\quad S_8 = \frac{\sqrt{2}}{2}(S_{11} - S_9) = \ldots = (\sqrt{2}-1)F
\end{aligned}$$

GG an Knoten III:

$$\begin{aligned}
\rightarrow: &\quad S_5 + S_8\frac{\sqrt{2}}{2} + F\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\
&\quad S_5 = \ldots = -F
\end{aligned}$$

Aufgabe 2 [21 Punkte]

Potential: $\Pi = -G2r\sin\varphi + Gr\cos(2\varphi) + \frac{1}{2}c4r^2\sin^2\varphi$

Gleichgewicht: $\Pi' = \dfrac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}\varphi} = 0$

$$\begin{aligned}\Pi' &= -2Gr\cos\varphi - 2Gr\sin(2\varphi) + 8Gr\sin\varphi\cos\varphi \\ &= -2Gr\cos\varphi - 4Gr\sin\varphi\cos\varphi + 8Gr\sin\varphi\cos\varphi = 0\end{aligned}$$

$\cos\varphi = 0 \quad \Longrightarrow \varphi_1 = 90°, \varphi_2 = 270°$

Nach Teilen durch $\cos\varphi$:

$$-2Gr - 4Gr\sin\varphi + 8Gr\sin\varphi = 0$$

$\sin\varphi = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \varphi_3 = 30°, \varphi_4 = 150°$

Stabilität:

$$\begin{aligned}\Pi'' = \frac{\mathrm{d}^2\Pi}{\mathrm{d}\varphi^2} &= 2Gr\sin\varphi - 4Gr\cos(2\varphi) + 8Gr(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) \\ &= 2Gr\sin\varphi - 4Gr\cos(2\varphi) + 8Gr(\cos 2\varphi) \\ &= 2Gr(\sin\varphi + 4\cos(2\varphi))\end{aligned}$$

Auswerten:

$$\begin{aligned}\Pi''(30°) &= 2Gr\left(\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{1}{2}\right) > 0 \\ \Pi''(90°) &= 2Gr\,(1 + 4\cdot(-1)) < 0 \\ \Pi''(150°) &= 2Gr\left(\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{1}{2}\right) > 0 \\ \Pi''(270°) &= 2Gr\,(-1 + 4\cdot(-1)) < 0\end{aligned}$$

Stabile Gleichgewichtslagen: φ_3, φ_4
Instabile Gleichgewichtslagen: φ_1, φ_2

Aufgabe 3 [14 Punkte]

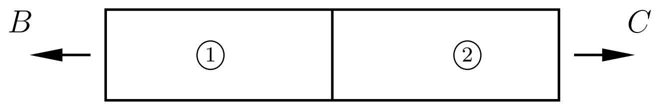
zu a)

$$\Delta l = \Delta l_2 = \frac{Fa}{EA_2} = d$$

$$\Longrightarrow \quad F = \frac{dEA_2}{a}$$

zu b)

FKB:



Statik:

$$\rightarrow: B = C = N = N_1 = N_2$$

Stoffgesetz:

$$\Delta l_1 = \frac{Na}{EA_1}$$
$$\Delta l_2 = \frac{Na}{EA_2}$$

Kinematik:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = d$$

Einsetzen:

$$\Longrightarrow \quad N = \frac{d}{a}\frac{1}{\frac{1}{EA_1} + \frac{1}{EA_2}} = \frac{d}{a}\frac{EA_1 EA_2}{EA_1 + EA_2}$$

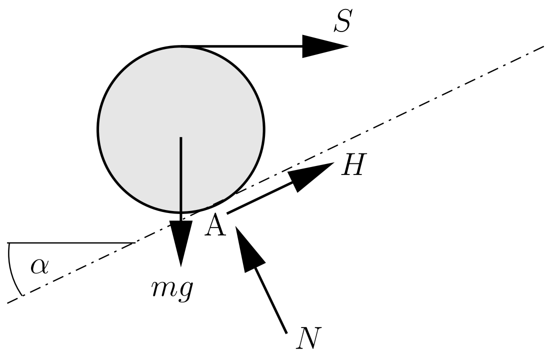
zu c)

$$\Delta l_1 = d = \alpha_T \Delta T d \quad \Longrightarrow \Delta T = \frac{d}{\alpha_T a}$$

Aufgabe 4 [21 Punkte]

zu a)

FKB:



Statik:

$$\overset{\curvearrowleft}{A}: \quad mgR\sin\alpha + R(1+\cos\alpha)S = 0$$
$$S = mg\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$\nwarrow: \quad N - mg\cos\alpha - S\sin\alpha = 0$$
$$N = mg\left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{1+\cos\alpha}\right) = \ldots = mg$$

$$\nearrow: \quad H - mg\sin\alpha + S\cos\alpha = 0$$
$$H = mg\left(\sin\alpha - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\right) = mg\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

zu b)

Haftbedingung bei A: $H < \mu_0 N$

$$mg\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} < \mu_0 mg \quad \Longrightarrow \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} < \mu_0$$

zu c)

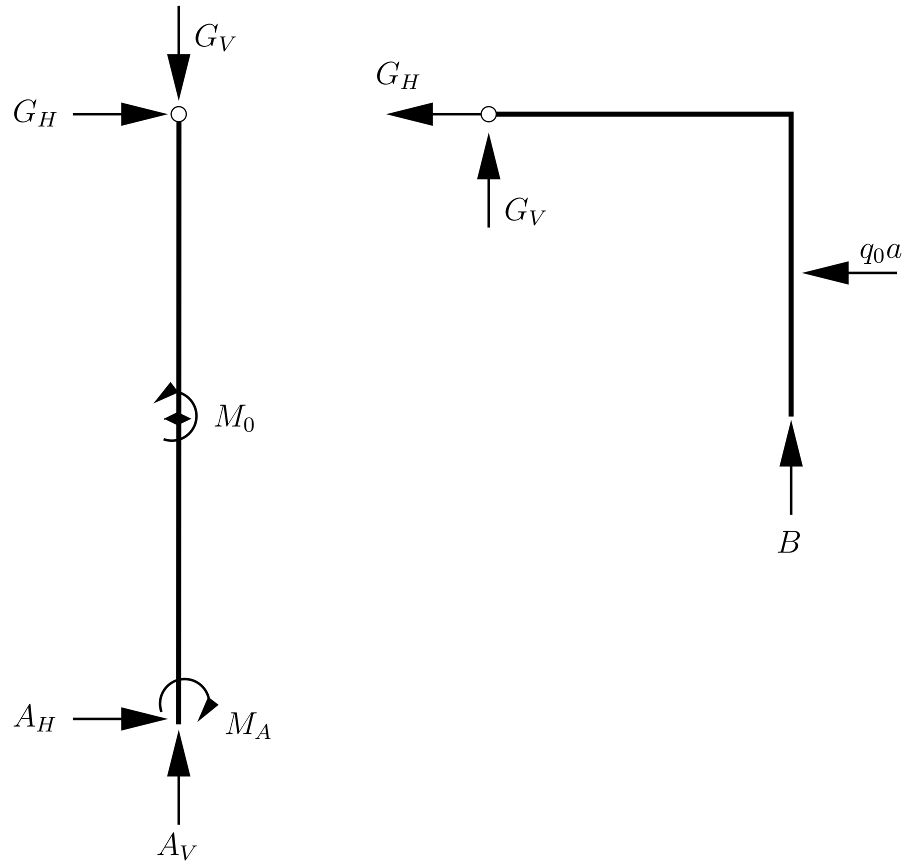
Haften bei Umlenkung:

$$\begin{aligned} Ge^{-\mu_1\pi/2} <& \quad S \quad < Ge^{+\mu_1\pi/2} \\ \frac{G}{\sqrt{3}} <& \quad mg\frac{1}{\sqrt{3}} \quad < G\sqrt{3} \\ G <& \quad mg \quad < 3G \end{aligned}$$

Aufgabe 5 [22 Punkte]

zu a)

FKB:



Gleichgewicht am rechten Teilsystem:

$$\begin{aligned} G_H &= -q_0a \\ Ba &= q_0a^2/2 \quad \Longrightarrow B = \frac{q_0a}{2} \\ G_V &= -\frac{q_0a}{2} \end{aligned}$$

Gleichgewicht am linken Teilsystem:

$$\begin{aligned} A_V = &\quad G_V = -\frac{q_0a}{2} \\ A_H = &\quad -G_H = q_0a \\ M_A = &\quad M_0 - G_H 2a = 3q_0a^2 \end{aligned}$$

Schnittgrößenverläufe: