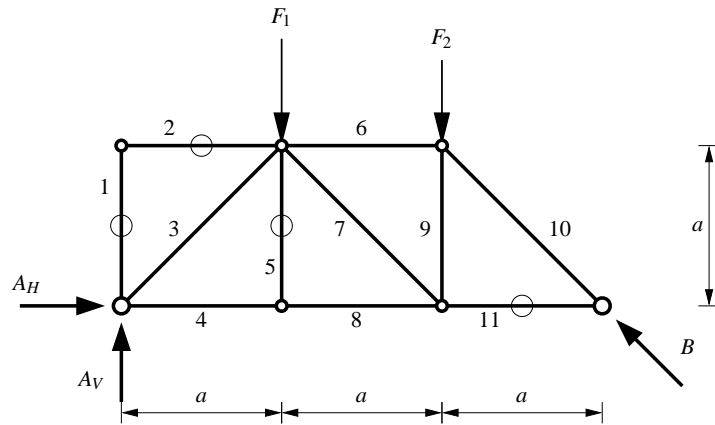


Aufgabe 1 [20 Punkte]

Aufgabenteil a) [4 Punkte]

Freikörperbild mit Nullstäben:



Aufgabenteil b) [6 Punkte]

Lagerreaktionen aus Gleichgewichtsbedingungen:

$$\hat{A}: F_1 a + F_2 2a - \frac{1}{\sqrt{2}} B \cdot 3a = 0$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} B = F_1 + 2F_2$$

$$\Rightarrow B = \frac{\sqrt{2}}{3} F_1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} F_2$$

$$\rightarrow: A_H - \frac{1}{\sqrt{2}} B = 0$$

$$A_H = \frac{B}{\sqrt{2}}$$

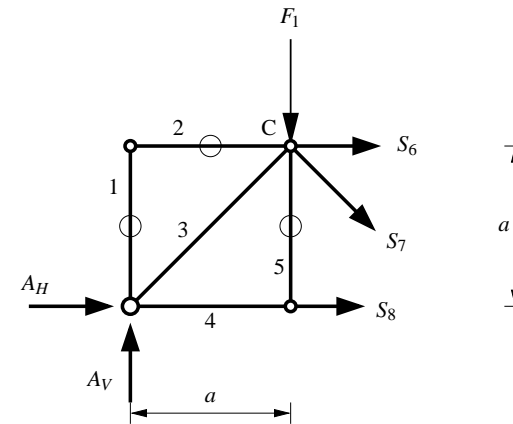
$$\Rightarrow A_H = \frac{F_1}{3} + \frac{2}{3} F_2$$

$$\uparrow: A_V + \frac{1}{\sqrt{2}} B - F_1 - F_2 = 0$$

$$A_V = F_1 + F_2 - \frac{B}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_V = \frac{2}{3} F_1 + \frac{1}{3} F_2$$

Aufgabenteil c) [8 Punkte]

Ritterschnitt:



gesuchte Stabkräfte aus Gleichgewichtsbedingungen:

$$\hat{C}: S_8 a + A_H a - A_V a = 0$$

$$S_8 = A_V - A_H \Rightarrow S_8 = \frac{1}{3} F_1 - \frac{1}{3} F_2$$

$$\uparrow: A_V - F_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} S_7 = 0$$

$$S_7 = \sqrt{2}(A_V - F_1) \Rightarrow S_7 = -\frac{\sqrt{2}}{3} F_1 + \frac{\sqrt{2}}{3} F_2$$

$$\rightarrow: A_H + S_8 + \frac{1}{\sqrt{2}} S_7 + S_6 = 0$$

$$S_6 = -A_H - S_8 - \frac{1}{\sqrt{2}} S_7 \Rightarrow S_6 = -\frac{1}{3} F_1 - \frac{2}{3} F_2$$

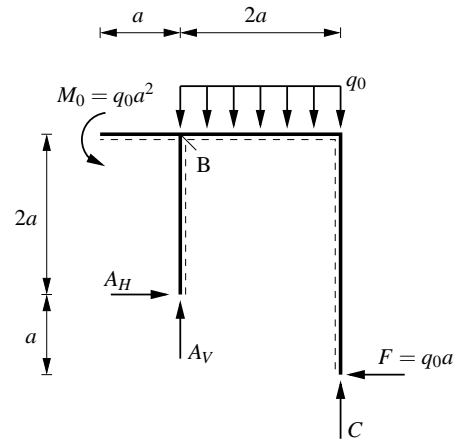
Aufgabenteil d) [2 Punkte]

$$S_8 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 1$$

Aufgabe 2 [25 Punkte]

Aufgabenteil a) [10 Punkte]

Freikörperbild:



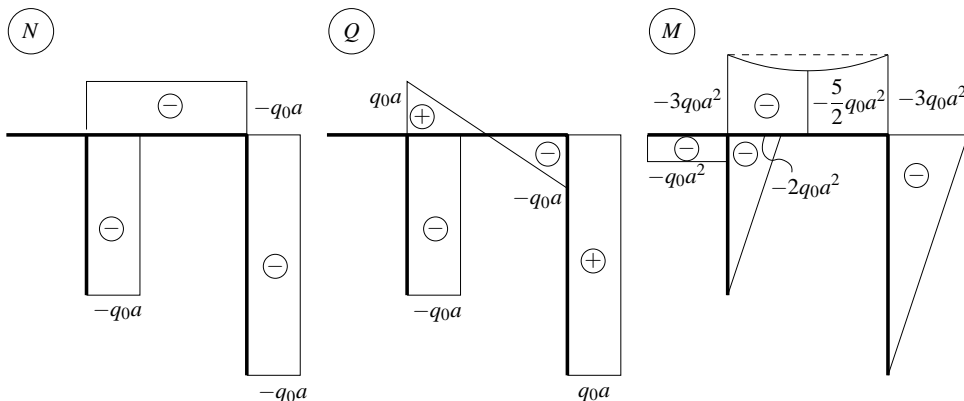
Lagerreaktionen aus Gleichgewichtsbedingungen:

$$\hat{A}: q_0 a^2 - q_0 2a \cdot a - q_0 a \cdot a + C \cdot 2a = 0 \Rightarrow \boxed{C = q_0 a}$$

$$\rightarrow: A_H - q_0 a = 0 \Rightarrow \boxed{A_H = q_0 a}$$

$$\uparrow: A_V + C - q_0 2a = 0 \Rightarrow \boxed{A_V = q_0 a}$$

Aufgabenteil b) [15 Punkte]



Aufgabe 3 [20 Punkte]

Aufgabenteil a) [17 Punkte]

Längslast: $n(x) = n_0 \frac{x}{l}$

Gleichgewicht: $N' + n = 0$

Stoffgesetz für den Stab $N = EA(\epsilon - \alpha_T \Delta T)$

Kinematik: $\epsilon = u'$

Stoffgesetz ableiten, GGW einsetzen $\Rightarrow EA u'' = -n_0 \frac{x}{l}$

$$u'' = -\frac{n_0}{EA l} x$$

$$u' = -\frac{n_0}{EA l} \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$u = -\frac{n_0}{EA l} \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

Bestimmung der Integrationskonstanten aus Randbedingungen:

$$u(0) = 0 \Rightarrow \boxed{C_2 = 0}$$

$$u(l) = 0 \Rightarrow -\frac{n_0}{EA} \frac{l^2}{6} + C_1 l = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{n_0 l}{6EA}}$$

Verschiebungsverteilung: $u(x) = \frac{n_0 l^2}{6EA} \left[\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right]$

Dehnungsverteilung: $\epsilon(x) = u'(x) = \frac{n_0 l}{6EA} \left[1 - 3 \frac{x^2}{l^2} \right]$

Normalkraft: $N(x) = EA(\epsilon - \alpha_T \Delta T) = \frac{n_0 l}{6} \left[1 - 3 \frac{x^2}{l^2} \right] - EA \alpha_T \Delta T$

Aufgabenteil b) [3 Punkte]

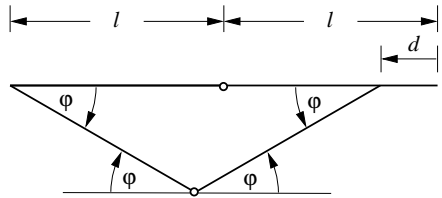
$$N_{max} \text{ ist bei } x = 0. \Rightarrow N_{max} = N(0) = \frac{n_0 l}{6} - EA \alpha_T \Delta T \stackrel{!}{\leq} 0$$

$$\Rightarrow \Delta T \geq \frac{n_0 l}{6EA \alpha_T}$$

Ab $\Delta T = \frac{n_0 l}{6EA \alpha_T}$ herrscht im gesamten Stab ein Druckspannungszustand.

Aufgabe 4 [20 Punkte]**Aufgabenteil a) [13 Punkte]**

Kinematik:



$$\begin{aligned} d &= 2l - 2l \cos \varphi \\ &= 2l(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

Potential $\Pi(\varphi) \Rightarrow$ Gleichgewicht, wenn $\Pi'(\varphi) = 0$:

$$\begin{aligned} \Pi(\varphi) &= \frac{1}{2} c_T (2\varphi)^2 + \frac{1}{2} c d^2 - F d \\ &= 2c_T \varphi^2 + 2cl^2(1 - \cos \varphi)^2 - 2lF(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

$$\Pi'(\varphi) = 4c_T \varphi + 4cl^2(1 - \cos \varphi) \sin \varphi - 2lF \sin \varphi$$

$$\Pi' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 4c_T \frac{\pi}{2} + 4cl^2(1 - 0) \cdot 1 - 2lF \cdot 1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow 2Fl = 2c_T \pi + 4cl^2$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{c_T \pi}{l} + 2cl}$$

Aufgabenteil b) [4 Punkte]

$\Pi'(\varphi) = 0$ und $\Pi''(\varphi) > 0 \Rightarrow$ stabile Gleichgewichtslage
 $\Pi'(\varphi) = 0$ und $\Pi''(\varphi) < 0 \Rightarrow$ instabile Gleichgewichtslage

$$\begin{aligned} \Pi''(\varphi) &= 4c_T + 4cl^2 \cos \varphi - 4cl^2(\sin \varphi \cos \varphi)' - 2lF \cos \varphi \\ &= 4c_T + 4cl^2 \cos \varphi - 4cl^2(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) - 2lF \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\Pi'' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 4c_T + 4cl^2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{stabile Gleichgewichtslage}}}$$

Aufgabenteil c) [3 Punkte] $\Pi'(0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ist immer eine Gleichgewichtslage.Die Gleichgewichtslage ist stabil, wenn $\Pi''(0) > 0$.

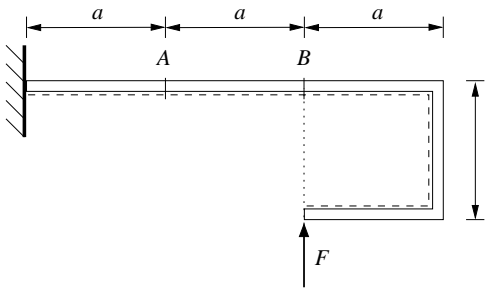
$$\Pi''(0) = 4c_T + 4cl^2 - 4cl^2(1 - 0) - 2lF \stackrel{!}{>} 0$$

$$\Rightarrow 4c_T - 2lF > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{F < \frac{2c_T}{l}}$$

Kurzfrage 1 [6 Punkte]

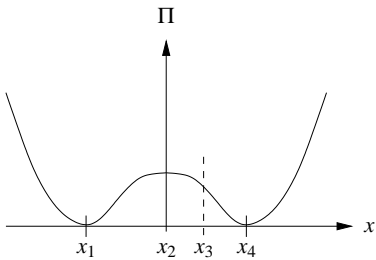
Tragen Sie für den gegebenen Rahmen die Schnittgrößen an den Stellen *A* und *B* in die Tabelle ein.



	N	Q	M
Punkt A	0	-F	+Fa
Punkt B	0	-F	0

Kurzfrage 2 [4 Punkte]

Ein System besitzt folgendes Gesamtpotential $\Pi(x)$. Kreuzen Sie für x_1 bis x_4 an, ob sich das System dort in einer stabilen bzw. instabilen Gleichgewichtslage befindet, oder ob kein Gleichgewicht herrscht.



	stabiles GGW	instabiles GGW	kein GGW
x_1	<input checked="" type="checkbox"/>		
x_2		<input checked="" type="checkbox"/>	
x_3			<input checked="" type="checkbox"/>
x_4	<input checked="" type="checkbox"/>		

Kurzfrage 3 [5 Punkte]

Kreuzen Sie die Einheiten an, die zu den in der Tabelle angegebenen Größen gehören.

	N	Nm	N/m	m^3	m	dimensionslos	keine davon
Kraft <i>F</i>	<input checked="" type="checkbox"/>						
Moment <i>M</i>		<input checked="" type="checkbox"/>					
Reibkoeffizient μ						<input checked="" type="checkbox"/>	
Streckenlast <i>q</i>			<input checked="" type="checkbox"/>				
Potential Π		<input checked="" type="checkbox"/>					