NICHT umblättern!

(Dies zählt als Täuschungsversuch)

Hinweise zur Prüfung Technische Mechanik II

- Sollten Sie aus gesundheitlichen Gründen nicht in der Lage sein an der Prüfung teilzunehmen, müssen Sie jetzt den Saal verlassen und umgehend das Studierendenbüro darüber unterrichten.
- Fragen sind nur zur Aufgabenstellung zulässig, nicht jedoch zum Lösungsweg.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Die Klausur ist mit nichtradierbarem, dokumentenechtem Stift zu bearbeiten.
- Schreiben Sie NICHT in rot oder grün (Korrekturfarben).
- Schreiben Sie auf eigene Blätter.
- Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes Ihrer Blätter sowie das Deckblatt.
- Beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
- Die Reihenfolge der Aufgaben ist zufällig und nicht nach dem Schwierigkeitsgrad geordnet.
- Es gelten die Bestimmungen der Prüfungsordnung der TU Darmstadt bezüglich Betrug und Täuschung. Schon der Täuschungsversuch führt zur vorzeitigen Beendigung der Prüfung und die Klausur wird eingezogen.
- Zulässige Hilfsmittel sind:
  - eine Formelsammlung im Umfang von zwei beidseitig handbeschriebenen DIN A4-Blättern (nicht gedruckt/kopiert, keine Beispielaufgaben),
  - ein Taschenrechner.
  - Weitere Hilfsmittel, insbesondere Handys, Smartwatches und Laptops, sind nicht erlaubt.
  - Die Hilfsblätter zur TM II (Schwerpunkt, Flächenträgheitsmomente, Biegelinie, Integrale) sind auf den letzten Seiten der Klausur zu finden.
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis und behördlichen Lichtbildausweis (z.B. Personalausweis, Reisepass...) an den freien Platz rechts neben sich bereit.
- Legen Sie bearbeitete Blätter nur vor sich oder unmittelbar neben sich auf den Tisch.
- Handys sind auszuschalten und dürfen nicht am Körper getragen werden.
- Toilettengänge sind einzeln nach Abmeldung bei der Aufsicht gestattet.
- Bleiben Sie nach der Prüfung sitzen, bis Sie zum Gehen aufgefordert werden. Die Prüfung und alle Ihre Lösungen lassen Sie am Platz liegen.
- Wir wünschen viel Erfolg!

NICHT umblättern!

Prüfung - Technische Mechanik II (G/UI)

SoSe 2023

28. Juli 2023

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FB 13, Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. Dominik Schillinger

Name, Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Studiengang: ____________________

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und nummerieren Sie die Blätter. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Der Lösungsweg muss klar erkennbar sein, die Ergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden. Bei den Kurzfragen wird lediglich das auf den hierfür vorgesehenen Arbeitsblättern eingetragene Ergebnis gewertet.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang von zwei beidseitig beschriebenen DIN A4-Blättern sowie einen Taschenrechner zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

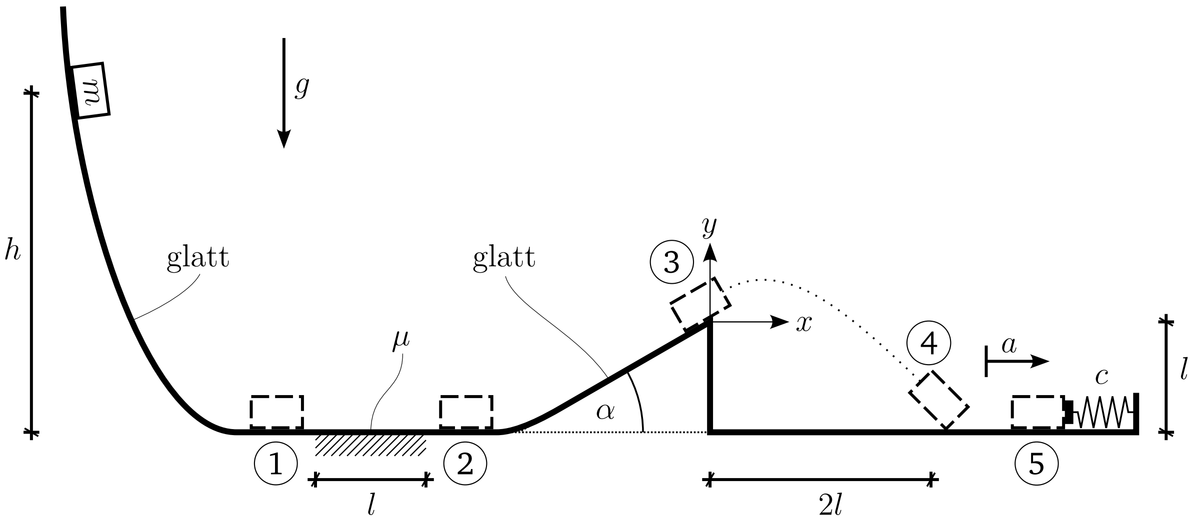
Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	$\sum$	Note
max. Punkte	22	20	15	5	7	3	4	2	5	7	90	
erreichte Punkte												
Handzeichen												

	1. Prüfer	2. Prüfer	Prüfungskommissions-vorsitzender [1]
Name	Prof. Dr.-Ing. D. Schillinger	Prof. Dr.-Ing. R. Müller	Prof. Dr.-Ing. A. Eichhorn
Korrekturfarbe			
Bewertung			
Unterschrift			

[1] Nach § 26 Abs. 1 S. 3 Allgemeine Prüfungsbestimmungen der TU Darmstadt (APB) legt die Prüfungskommission die endgültige Bewertung fest, falls die Bewertungen der beiden Prüfenden mehr als 0,7 Notenwerte voneinander abweichen.

Aufgabe 1 [22 Punkte]



Eine Punktmasse (Masse m) wird aus einer Höhe von h losgelassen und gleitet zunächst über eine glatte Bahn. Sie bewegt sich dann über einen rauen Abschnitt (Reibungskoeffizient $\mu = \frac{1}{2}$, Länge l). Auf den rauen Abschnitt folgt eine glatte Rampe (Steigungswinkel $\alpha = 30°$, Höhe l). Nach der Rampe landet die Punktmasse wieder verlustfrei auf der glatten Bahn und rutscht gegen eine Feder (Federsteifigkeit c).

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der punktförmigen Masse an den Positionen 1, 2 und 3. Nehmen Sie für diesen Aufgabenteil die Höhe h als gegeben an.

b) Ermitteln Sie die minimale Höhe $h_{\min}$, sodass die Masse die Rampe an Position 3 verlässt.

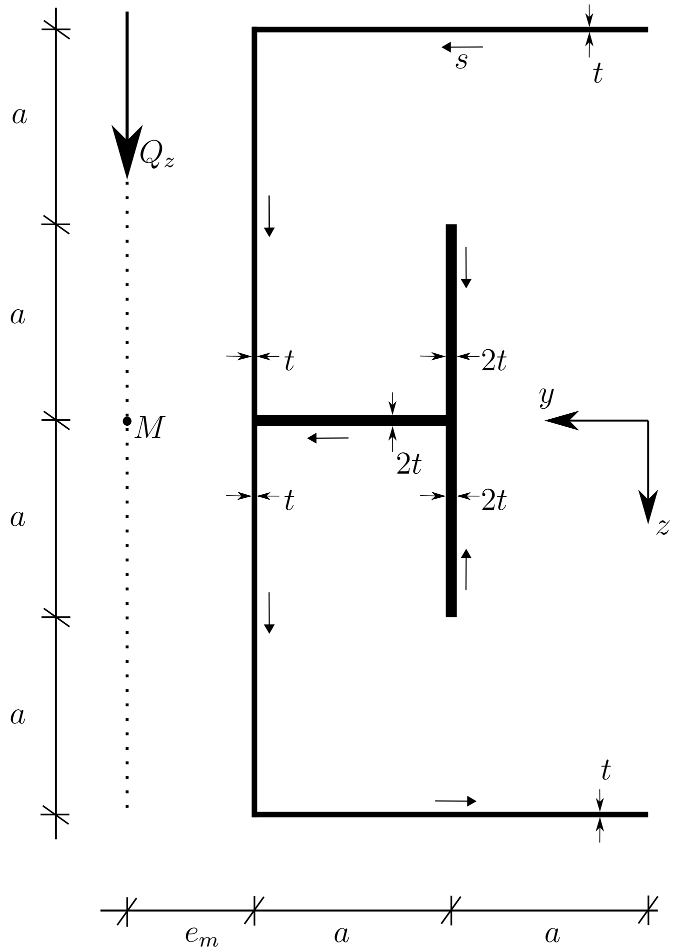
c) Ermitteln Sie für eine gegebene Geschwindigkeit v_3 im Punkt 3 die Bahnkurve $y(x)$ der Masse ab der Position 3 unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes.

d) Ermitteln Sie die benötigte Höhe h_4, sodass die Masse am Ende der Rampe bei Position 4 landet.

e) Berechnen Sie, um welche Strecke a die Feder zusammengedrückt wird, wenn die Masse in Position 5 zum Stehen kommt, nachdem sie aus der Höhe h_4 aus Aufgabenteil d) losgelassen wurde. Nehmen Sie dazu an, dass die Landung nach der Rampe verlustfrei ist. Rechnen Sie unabhängig von Ihrem Ergebnis aus Aufgabenteil d) mit $h_4 = \frac{-15+16\sqrt{3}}{6} l$ weiter.

Gegeben: g, c, m, l, $\alpha = 30°$, $\mu = \frac{1}{2}$; außerdem für a) h, für c) v_3 und für e) $h_4 = \frac{-15+16\sqrt{3}}{6} l$

Aufgabe 2 [20 Punkte]



Der abgebildete dünnwandige, offene Querschnitt wird durch die Querkraft Q_z belastet, deren Wirkungslinie durch den Schubmittelpunkt M verläuft.

a) Zeichnen Sie

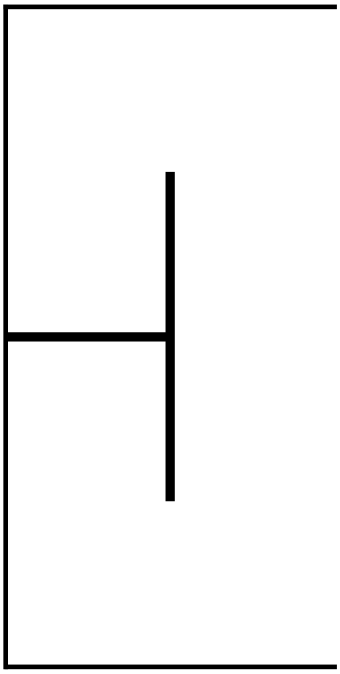
- den $z \cdot t$ -Verlauf,
- den S_y-Verlauf und
- den τ-Verlauf

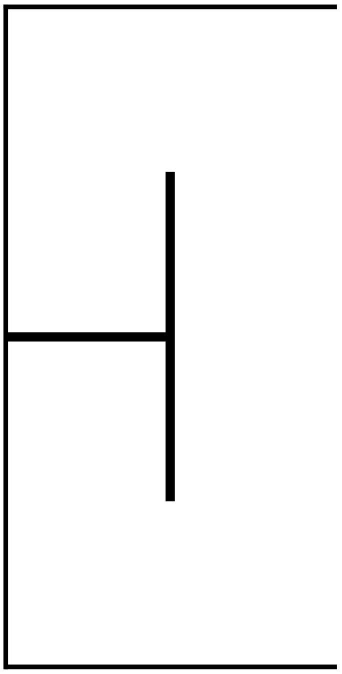
in die dafür vorgesehenen Abbildungen auf der nächsten Seite ein und geben Sie ausgezeichnete Werte sowie Vorzeichen und Richtung der Schubspannung an. Beachten Sie die vorgegebene Integrationsrichtung s.

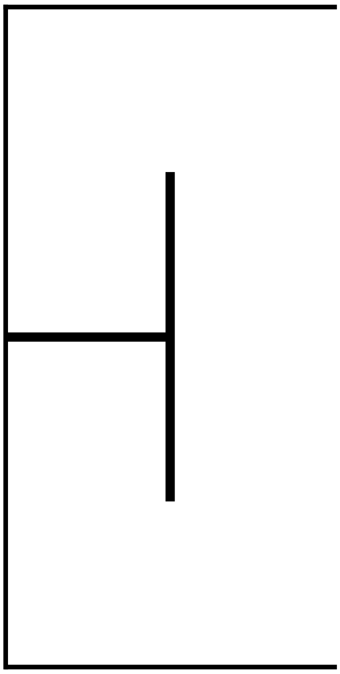
Nehmen Sie für Aufgabenteil a) das Flächenträgheitsmoment I_y als gegeben an.

b) Berechnen Sie den Abstand e_m des Schubmittelpunktes M zum Profil. Nehmen Sie für Aufgabenteil b) das Flächenträgheitsmoment $I_y = \frac{68}{3}a^3t$ an.

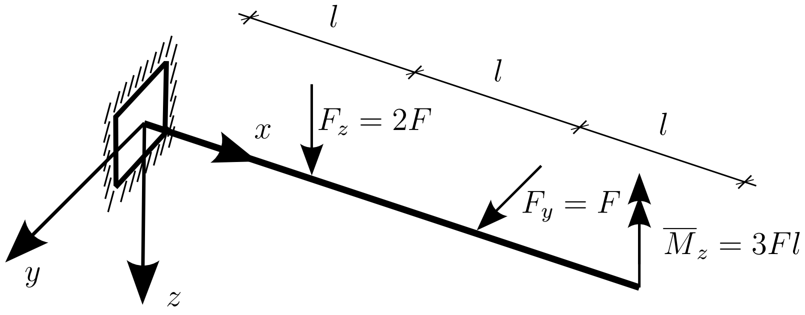
Gegeben: $Q_z, a, t\,(t \ll a)$; außerdem für a) I_y und für b) $I_y = \frac{68}{3}a^3t$

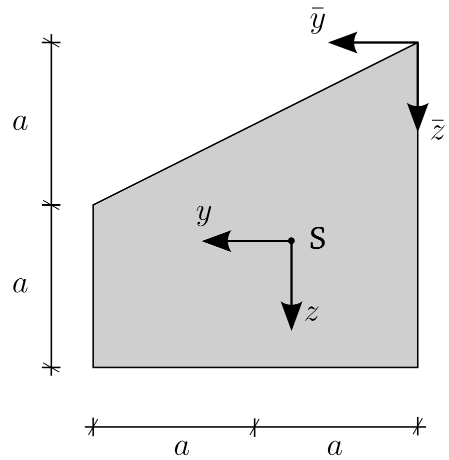






Aufgabe 3 [15 Punkte]





Der einseitig eingespannte Balken hat den dargestellten Querschnitt und ist durch zwei Einzellasten $F_y = F$ und $F_z = 2F$ und ein Moment $\overline{M}_z = 3Fl$ belastet. Die Wirkungslinien der Einzellasten verlaufen durch den Schwerpunkt des Querschnitts.

a) Bestimmen Sie die Flächenträgheitsmomente I_y, I_z und I_{yz} der Querschnittsfläche.

b) Skizzieren Sie die Verläufe der Schnittgrößen M_y und M_z des Systems unter Angabe der ausgezeichneten Werte und deren Vorzeichen.

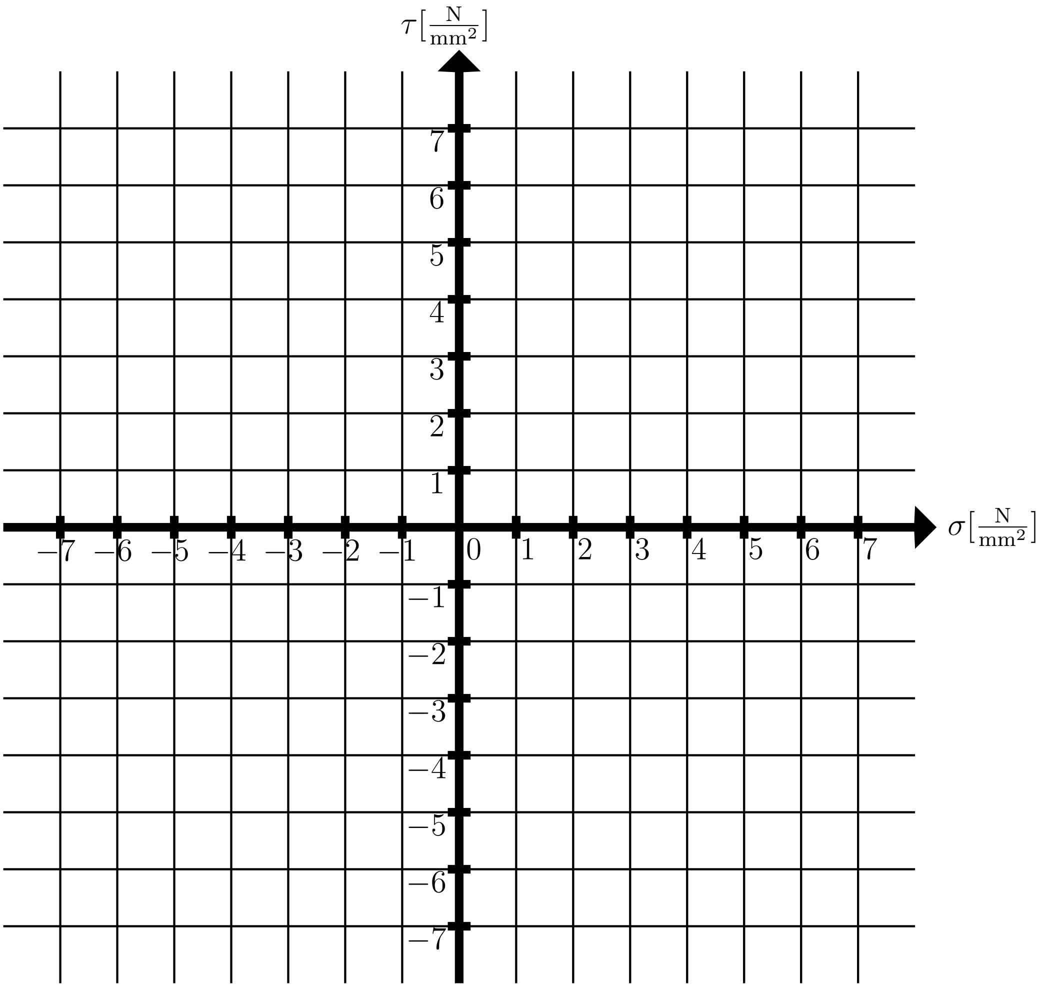
c) Geben Sie die Normalspannung σ_x an der Einspannstelle in Abhängigkeit von den Koordinaten y und z an.

Gegeben: l, a, $F_y = F$, $F_z = 2F$, $\overline{M}_z = 3Fl$

Kurzfrage 1 [5 Punkte]

Skizzieren Sie den Mohrschen Spannungskreis für den durch σ gegebenen Spannungszustand in das folgende σ, τ-Koordinatensystem und bestimmen Sie die mittlere Normalspannung σ_M, die Hauptnormalspannungen $\sigma_{1,2}$ sowie die maximale Schubspannung $\tau_{\max}$ und tragen Sie Ihre Ergebnisse mit Einheiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_x = 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},\ \sigma_y = -2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},\ \tau_{xy} = 6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},$$



$\sigma_M =$

$\tau_{\max} =$

$\sigma_1 =$

$\sigma_2 =$

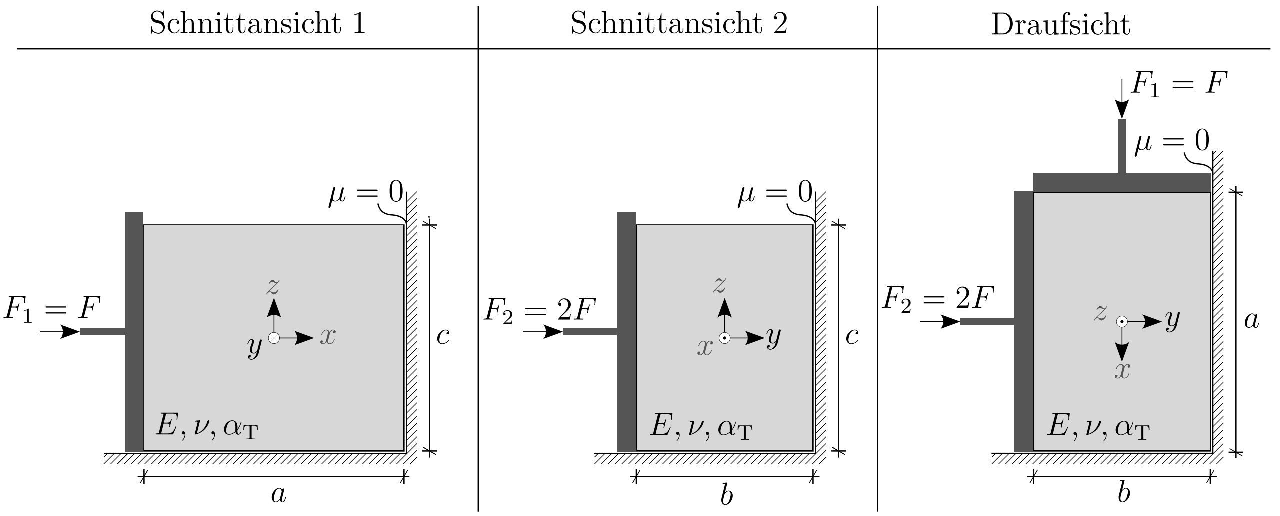
Kurzfrage 2 [7 Punkte]

Ein gewichtsloser Quader (Breite a, Tiefe b, Höhe c, Elastizitätsmodul E, Querkontraktionszahl ν, Wärmeausdehnungskoeffizient α_T) liegt in der Ecke eines Raumes, dessen Wände und Boden als starr und glatt (Reibkoeffizient $\mu = 0$) angenommen werden können. Im dargestellten Zustand ist der Quader spannungsfrei. Zunächst wird der Quader über zwei Stempel mit Hilfe der Kräfte $F_1 = F$ in x-Richtung und $F_2 = 2F$ in y-Richtung zusammengedrückt.

a) Geben Sie die Normalspannungen σ_x, σ_y, σ_z, die Dehnungen ε_x, ε_y und ε_z sowie die Breitenänderung Δa in x-Richtung, die Tiefenänderung Δb in y-Richtung und die Höhenänderung Δc in z-Richtung im verformten Zustand in den dafür vorgesehenen Kästchen an.

b) Zusätzlich zur Belastung durch die Kräfte F_1 und F_2 wird die Temperatur des Quaders jetzt noch um die Temperaturdifferenz ΔT verändert. Berechnen Sie, wie groß ΔT sein muss, sodass die Höhe des Quaders im Vergleich zum Ausgangszustand unverändert ist ($\Delta c = 0$). Tragen Sie Ihr Ergebnis in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

Gegeben: a, b, c, E, ν, α_T, F, $F_1 = F$, $F_2 = 2F$, $\mu = 0$



$\sigma_x =$

$\varepsilon_x =$

$\Delta a =$

$\sigma_y =$

$\varepsilon_y =$

$\Delta b =$

$\sigma_z =$

$\varepsilon_z =$

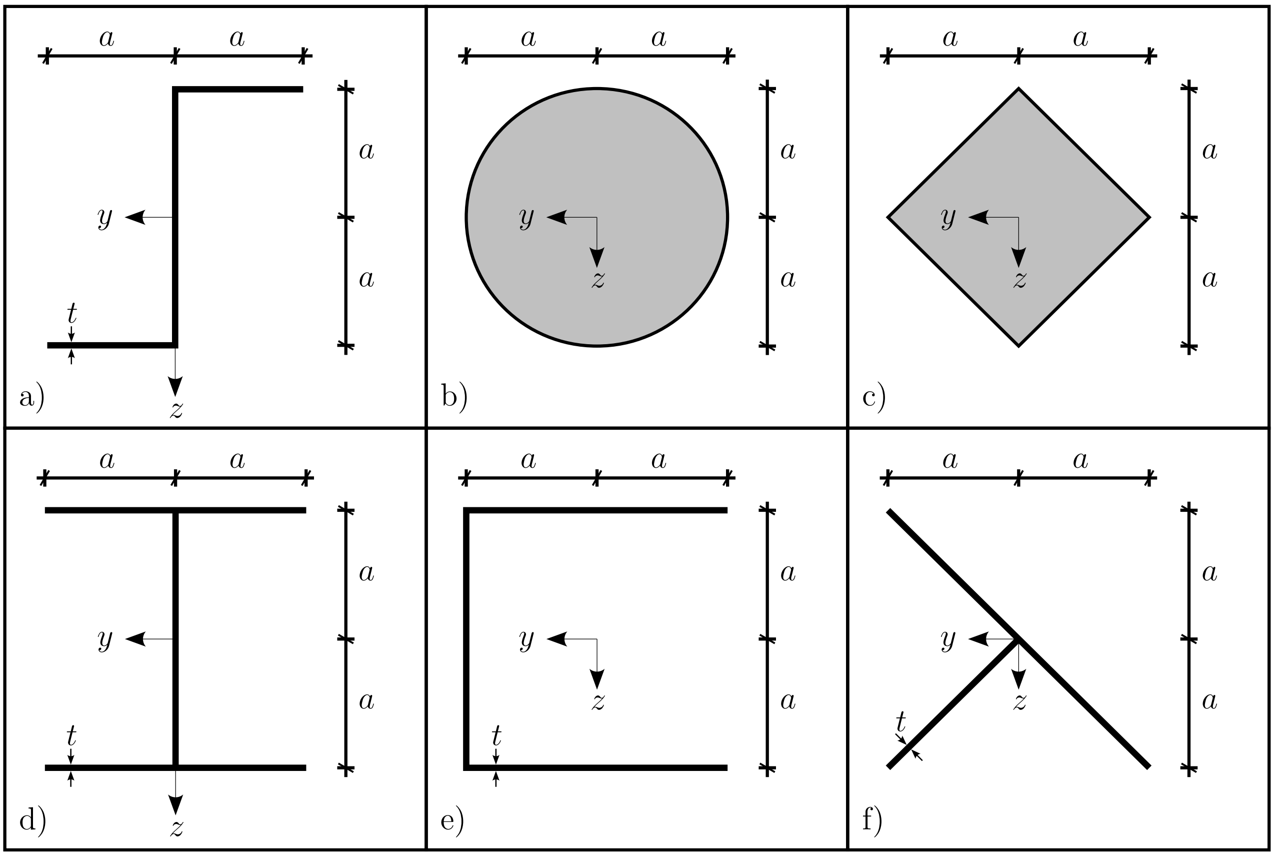
$\Delta c =$

$\Delta T =$

Kurzfrage 3 [3 Punkte]

Gegeben sind die folgenden 6 Querschnitte. Ist eine Wanddicke t angegeben, so handelt es sich um einen dünnwandigen Querschnitt ($t \ll a$). Kreuzen Sie in der unten stehenden Tabelle für die Querschnitte a) bis f) an, ob das Flächendeviationsmoment I_{yz} bezüglich der gegebenen y, z-Koordinatensysteme 0 oder von 0 verschieden ist. Aufgabenteile, in denen nicht genau eine Option angekreuzt wird, werden mit 0 Punkten bewertet.

Gegeben: $a,\ t\ (t \ll a)$

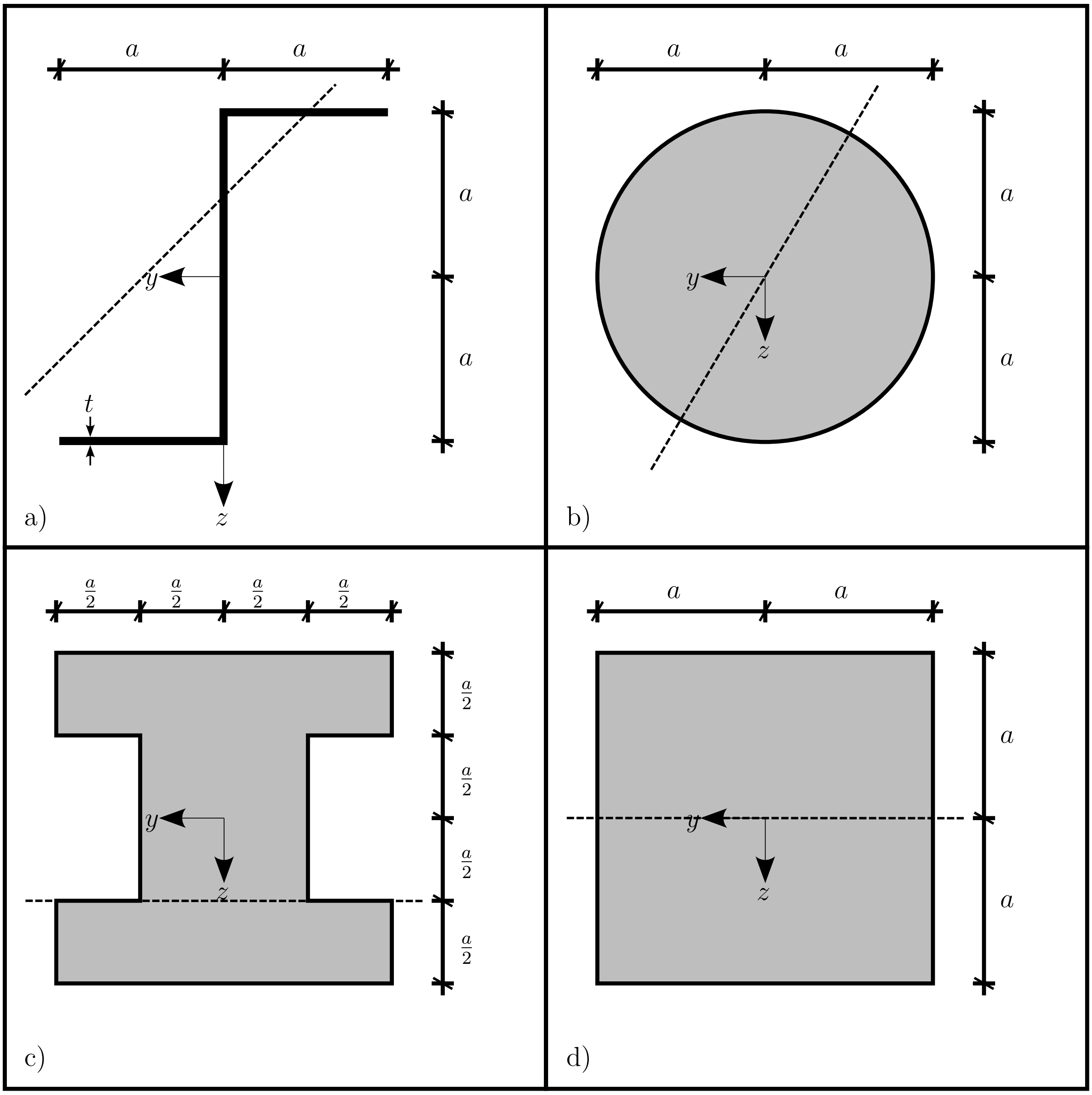


	$I_{yz} = 0$	$I_{yz} \neq 0$
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		

Kurzfrage 4 [4 Punkte]

Gegeben sind die folgenden 4 Querschnitte. Ist eine Wanddicke t angegeben, so handelt es sich um einen dünnwandigen Querschnitt ($t \ll a$). In jedem der Querschnitte herrscht eine lineare Normalspannungsverteilung. Die Nulllinien dieser Normalspannungsverteilungen sind für jeden Querschnitt durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Markieren Sie in den abgebildeten Querschnitten die Stellen, an denen die Normalspannung σ_x für den jeweiligen Querschnitt betragsmäßig maximal ist. Für jede Teilaufgabe wird genau dann ein Punkt vergeben, wenn alle gesuchten Stellen und keine weiteren markiert wurden.

Gegeben: $a,\ t\ (t \ll a)$



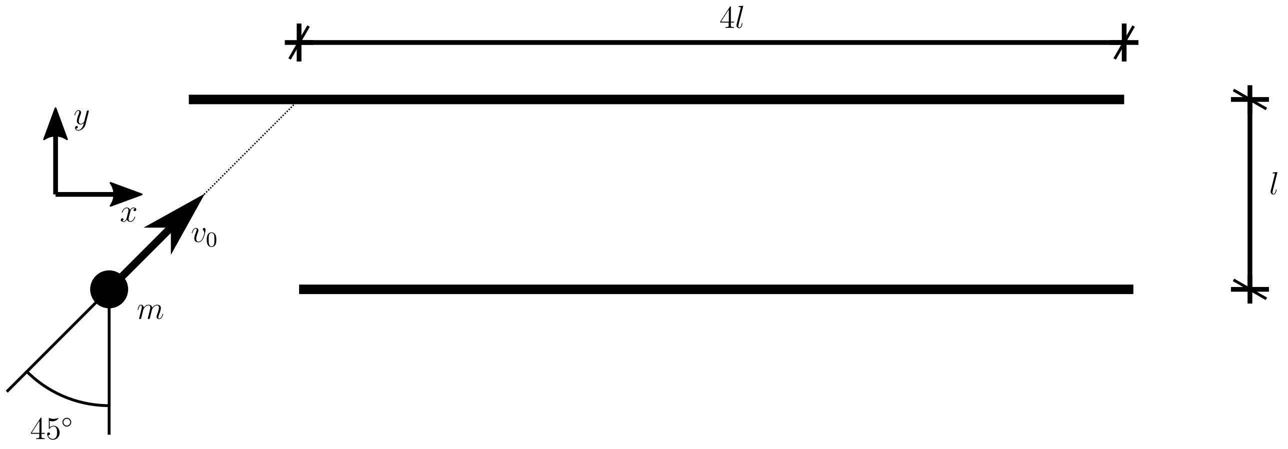
Kurzfrage 5 [2 Punkte]

Zwei Massenpunkte (Masse m) fliegen mit einem Zeitabstand, der groß genug ist, damit sie sich nicht gegenseitig beeinflussen, unter einem Winkel von $45°$ zur Vertikalen mit der Geschwindigkeit v_0 in ein horizontal liegendes, glattes Rohr mit Länge $4l$ und Durchmesser l und stoßen abwechselnd gegen die Seiten. Die Stöße des ersten Massenpunkts haben dabei die Stoßzahl $e_1 = 1$, die des zweiten die Stoßzahl $e_2 = \frac{1}{2}$.

Eine Gewichtskraft ist <u>nicht</u> zu beachten.

Die Anzahl der Stöße des ersten Massenpunkts gegen die Seiten des Rohrs ist n_1, die Anzahl der Stöße des zweiten ist n_2. Geben Sie an, welcher der beiden Massenpunkte öfter gegen die Seiten des Rohrs stößt, indem Sie in das unten stehende Kästchen ein $>$ eintragen, wenn der erste Massenpunkt öfter gegen die Seiten des Rohrs stößt, ein $<$, wenn der zweite Massenpunkt öfter gegen die Seiten des Rohrs stößt, oder ein $=$, wenn beide Massenpunkte gleich oft gegen die Seiten des Rohrs stoßen.

Gegeben: $m,\ v_0,\ l,\ e_1 = 1,\ e_2 = \frac{1}{2}$

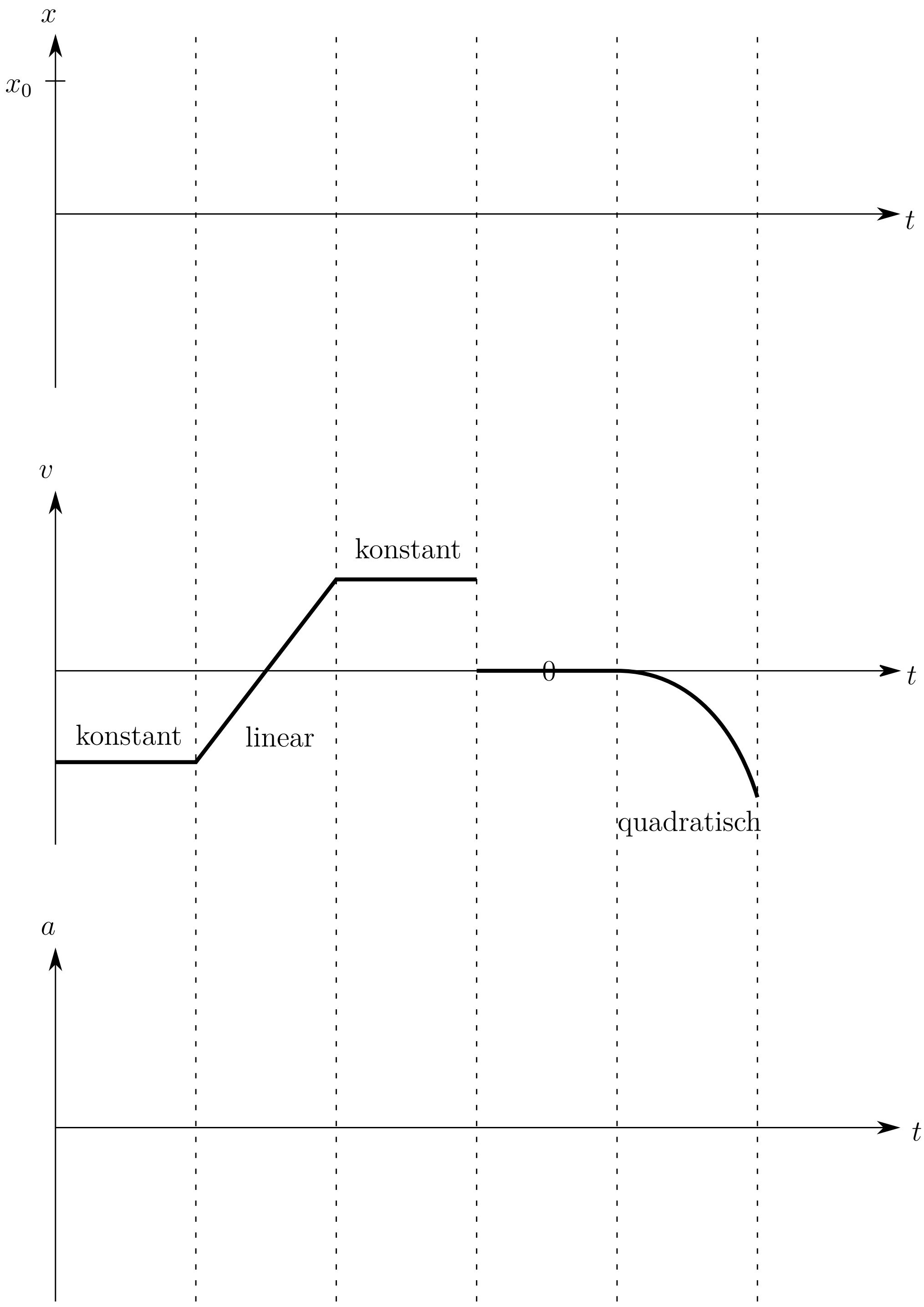


$$n_1 \quad \boxed{} \quad n_2$$

Kurzfrage 6 [5 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm $v(t)$. Skizzieren Sie qualitativ das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm $x(t)$ und das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm $a(t)$ in die folgende Abbildung. Beschriften Sie zudem die Art der Verläufe (Null, konstant, linear, quadratisch, ...).

Gegeben: $x(t = 0) = x_0$



Kurzfrage 7 [7 Punkte]

Ein Punkt P bewegt sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit v auf einer rechtsgängig-helixförmigen Bahn $\vec{r}(s)$ mit genau einer Windung, Radius R und Ganghöhe $h = \frac{11}{30}\pi R$. Die Position des Punktes P zum Zeitpunkt $t = 0$ ist in Zylinderkoordinaten durch $r(t = 0) = R$, $\varphi(t = 0) = 0$ und $z(t = 0) = 0$ gegeben. Berechnen Sie

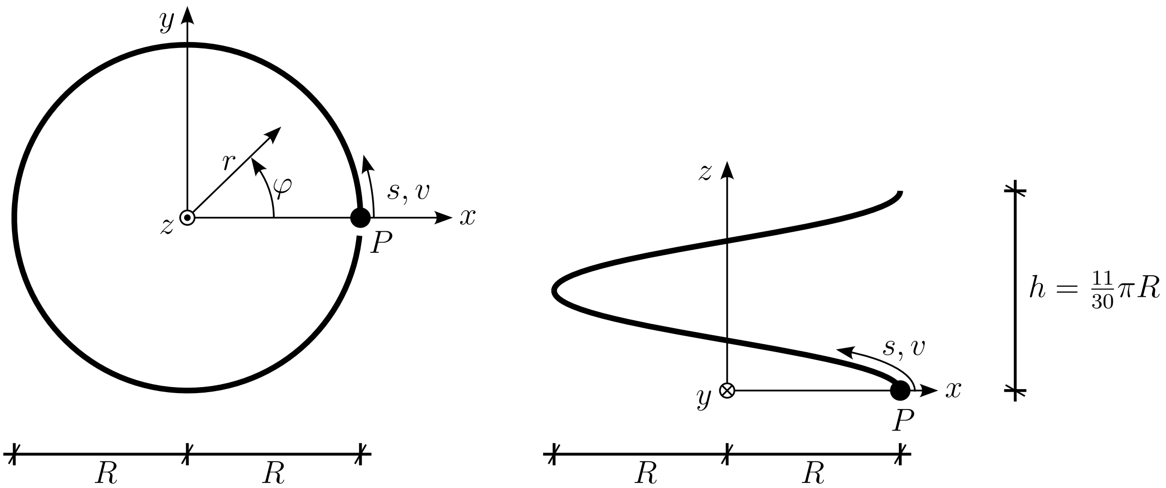
a) die Position des Punktes P in Abhängigkeit von der Zeit sowohl in kartesischen Koordinaten als auch Zylinderkoordinaten, das heißt $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $r(t)$ und $\varphi(t)$,

b) die Geschwindigkeiten $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$, $\dot{z}(t)$ und $\dot{r}(t)$ und die Winkelgeschwindigkeit $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$

c) und die Beschleunigungen $\ddot{x}(t)$, $\ddot{y}(t)$, $\ddot{z}(t)$ und $\ddot{r}(t)$ und die Winkelbeschleunigung $\alpha(t) = \ddot{\varphi}(t)$

und tragen Sie Ihre Ergebnisse in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Gegeben: $v,\ R,\ h = \frac{11}{30}\pi R,\ r(t = 0) = R,\ \varphi(t = 0) = 0,\ z(t = 0) = 0$

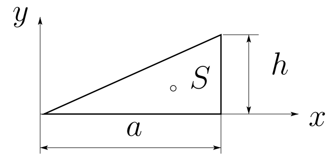


$x(t) =$	$\dot{x}(t) =$	$\ddot{x}(t) =$
$y(t) =$	$\dot{y}(t) =$	$\ddot{y}(t) =$
$z(t) =$	$\dot{z}(t) =$	$\ddot{z}(t) =$
$r(t) =$	$\dot{r}(t) =$	$\ddot{r}(t) =$
$\varphi(t) =$	$\omega(t) =$	$\alpha(t) =$

Schwerpunktskoordinaten von Flächen

Rechtwinkliges Dreieck

$$A = \frac{1}{2}\, a\, h$$

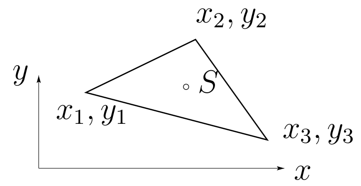


$$x_S = \frac{2}{3}\, a$$

$$y_S = \frac{1}{3}\, h$$

Beliebiges Dreieck

$$A = \frac{1}{2}[(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) \\ -(x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]$$



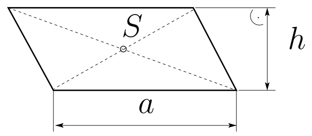
S liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden

$$x_S = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$y_S = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$$

Parallelogramm

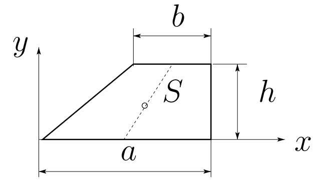
$$A = a\, h$$



S liegt im Schnittpunkt der Diagonalen

Trapez

$$A = \frac{1}{2} h\,(a + b)$$

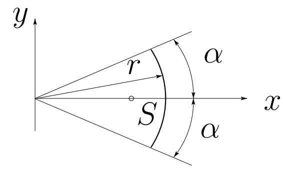


S liegt auf der Seitenhalbierenden

$$y_S = \frac{h}{3}\;\frac{a + 2b}{a + b}$$

Kreisausschnitt

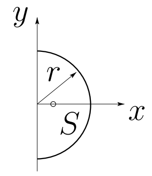
$$A = \alpha\, r^2$$



$$x_S = \frac{2}{3}\, r\, \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

Halbkreis

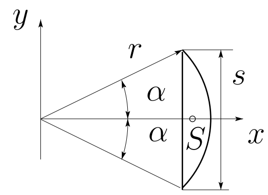
$$A = \frac{\pi}{2}\, r^2$$



$$x_S = \frac{4\, r}{3\, \pi}$$

Kreisabschnitt

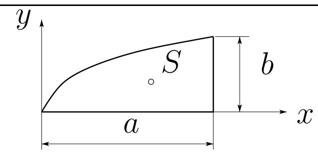
$$A = \frac{1}{2}\, r^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)$$



$$x_S = \frac{s^3}{12A} = \frac{4}{3}\, r\, \frac{\sin^3\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$$

Quadratische Parabel

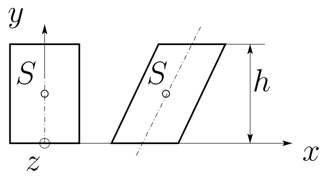
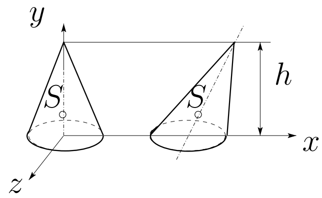
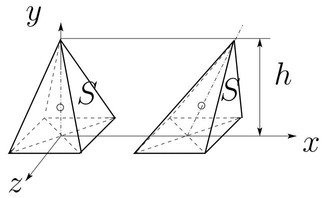
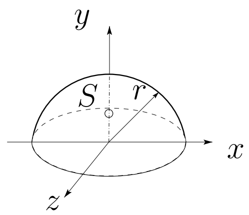
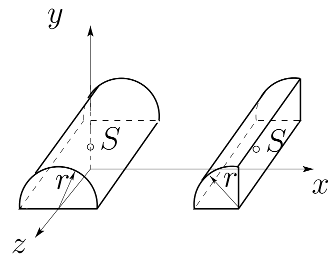
$$A = \frac{2}{3}\, a\, b$$



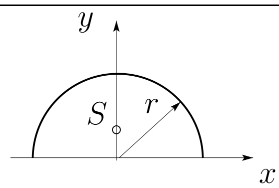
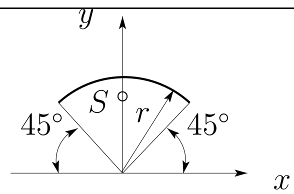
$$x_S = \frac{3}{5}\, a$$

$$y_S = \frac{3}{8}\, b$$

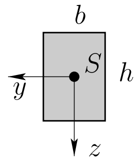
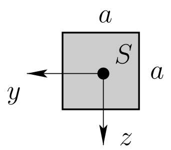
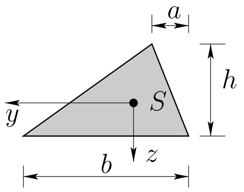
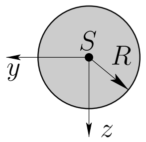
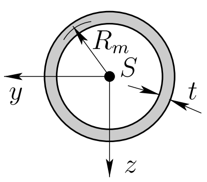
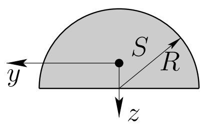
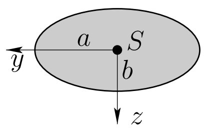
Schwerpunktskoordinaten homogener Körper

Gerades und schiefes Prisma mit parallelen Begrenzungsflächen		S liegt auf der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte der Begrenzungsflächen A $y_S = \frac{1}{2}h \qquad V = A \cdot h$
Gerader und schiefer Kegel		S liegt auf der Verbindungslinie zwischen der Spitze und dem Schwerpunkt der Grundfläche A $y_S = \frac{1}{4}h \qquad V = \frac{1}{3}A \cdot h$
Gerade und schiefe Pyramide		S liegt auf der Verbindungslinie zwischen der Spitze und dem Schwerpunkt der Grundfläche A $y_S = \frac{1}{4}h \qquad V = \frac{1}{3}A \cdot h$
Halbkugel		$y_S = \frac{3}{8}r \qquad V = \frac{2}{3}\pi r^3$
Halb- und Viertelzylinder		S liegt in der Schnittgeraden der beiden Symmetrieebenen im Abstand y_S von der Auflagefläche $y_S = \frac{4}{3\pi}r$

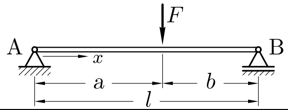
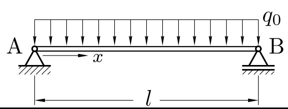
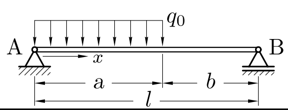
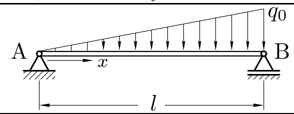
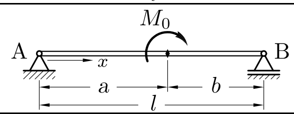
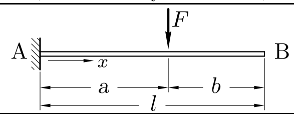
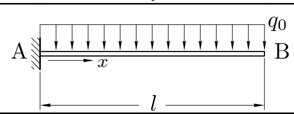
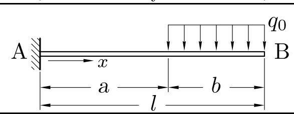
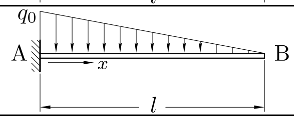
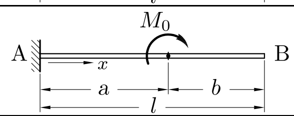
Schwerpunktskoordinaten von Linien

Halbkreisbogen		$y_S = \frac{2}{\pi}r$
Viertelkreisbogen		$y_S = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}r$

FLÄCHENTRÄGHEITSMOMENTE

Fläche	I_y	I_z	I_{yz}	I_p
Rechteck 	$\frac{b\,h^3}{12}$	$\frac{h\,b^3}{12}$	0	$\frac{b\,h}{12}(h^2+b^2)$
Quadrat 	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	0	$\frac{a^4}{6}$
Dreieck 	$\frac{b\,h^3}{36}$	$\frac{b\,h}{36}(b^2-ba+a^2)$	$\frac{b\,h^2}{72}(b-2a)$	$\frac{b\,h}{36}(h^2+b^2-ba+a^2)$
Kreis 	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{\pi R^4}{4}$	0	$\frac{\pi R^4}{2}$
dünner Kreisring $t \ll R_M$ 	$\pi R_m^3\,t$	$\pi R_m^3\,t$	0	$2\pi R_m^3\,t$
Halbkreis 	$\frac{R^4}{72\pi}(9\pi^2-64)$	$\frac{\pi R^4}{8}$	0	$\frac{R^4}{36\pi}(9\pi^2-32)$
Ellipse 	$\frac{\pi}{4}a\,b^3$	$\frac{\pi}{4}b\,a^3$	0	$\frac{\pi a\,b}{4}(a^2+b^2)$

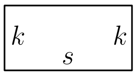
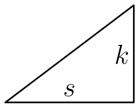
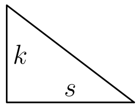
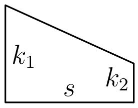
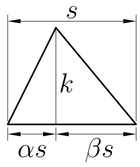
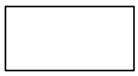
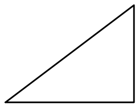
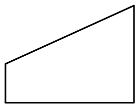
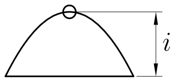
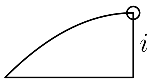
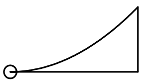
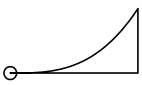
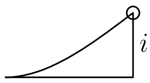
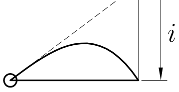
BIEGELINIENTAFEL

Nr.	Lastfall	EI w'_{A}	EI w'_{B}	EI $w(x)$	EI $w_{\max}$
1		$\frac{Fl^2}{6}(\beta-\beta^3)$	$-\frac{Fl^2}{6}(\alpha-\alpha^3)$	$\frac{Fl^3}{6}\left[\beta\xi(1-\beta^2-\xi^2)+\langle\xi-\alpha\rangle^3\right]$	$\frac{Fl^3}{48}$ für $a=b=\frac{l}{2}$
2		$\frac{q_0 l^3}{24}$	$-\frac{q_0 l^3}{24}$	$\frac{q_0 l^4}{24}(\xi-2\xi^3+\xi^4)$	$\frac{5q_0 l^4}{384}$
3		$\frac{q_0 l^3}{24}(1-\beta^2)^2$	$\frac{q_0 l^3}{24}\left[4(1-\beta^3)-6(1-\beta^2)+(1-\beta^2)^2\right]$	$\frac{q_0 l^4}{24}\left[\xi^4-\langle\xi-\alpha\rangle^4-2(1-\beta^2)\xi^3+(1-\beta^2)^2\xi\right]$	
4		$\frac{7q_0 l^3}{360}$	$-\frac{q_0 l^3}{45}$	$\frac{q_0 l^4}{360}(7\xi-10\xi^3+3\xi^5)$	
5		$\frac{M_0 l}{6}(3\beta^2-1)$ $\left[-\frac{M_0 l}{6}\text{ für } b=0\right]$	$\frac{M_0 l}{6}(3\alpha^2-1)$ $\left[\frac{M_0 l}{3}\text{ für } b=0\right]$	$\frac{M_0 l^2}{6}\left[\xi(3\beta^2-1)+\xi^3-3\langle\xi-\alpha\rangle^2\right]$	$\frac{\sqrt{3}M_0 l^2}{27}$ für $a=0$
6		0	$\frac{Fa^2}{2}$	$\frac{Fl^3}{6}\left[3\xi^2\alpha-\xi^3+\langle\xi-\alpha\rangle^3\right]$	$\frac{Fl^3}{3}$ für $a=l$
7		0	$\frac{q_0 l^3}{6}$	$\frac{q_0 l^4}{24}(6\xi^2-4\xi^3+\xi^4)$	$\frac{q_0 l^4}{8}$
8		0	$\frac{q_0 l^3}{6}\beta(\beta^2-3\beta+3)$	$\frac{q_0 l^4}{24}\left[\langle\xi-\alpha\rangle^4-4\beta\xi^3+6\beta(2-\beta)\xi^2\right]$	
9		0	$\frac{q_0 l^3}{24}$	$\frac{q_0 l^4}{120}(10\xi^2-10\xi^3+5\xi^4-\xi^5)$	$\frac{q_0 l^4}{30}$
10		0	$M_0 a$	$\frac{M_0 l^2}{2}\left[\xi^2-\langle\xi-\alpha\rangle^2\right]$	$\frac{M_0 l^2}{2}$ für $a=l$

Erklärung: $\xi=\frac{x}{l}$, $\alpha=\frac{a}{l}$, $\beta=\frac{b}{l}$, EI = const, $w'=\frac{dw}{dx}=\frac{1}{l}\frac{dw}{d\xi}$, $\langle\xi-\alpha\rangle^n=\begin{cases}(\xi-\alpha)^n & \text{für } \xi>\alpha\\ 0 & \text{für } \xi\leq\alpha\end{cases}$

TAFEL der INTEGRALE

$$\int_0^s M_i M_k \, dx$$

M_k / M_i					
1 	sik	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{2}\,si\,(k_1+k_2)$	$\frac{1}{2}\,sik$
2 	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{6}\,sik$	$\frac{1}{6}\,si\,(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{6}\,sik\,(1+\alpha)$
3 	$\frac{1}{2}\,s\,(i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(i_1+2i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(2i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(2i_1k_1 +2i_2k_2+i_1k_2 +i_2k_1)$	$\frac{1}{6}\,s\left\{(1+\beta)\,i_1 + (1+\alpha)\,i_2\right\}k$
quadratisch 4 	$\frac{2}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,si\,(k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}\,sik\,(1+\alpha\beta)$
quadratisch 5 	$\frac{2}{3}\,sik$	$\frac{5}{12}\,sik$	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{12}\,si \cdot (3k_1+5k_2)$	$\frac{1}{12}\,sik \cdot (5-\beta-\beta^2)$
quadratisch 6 	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{12}\,sik$	$\frac{1}{12}\,si \cdot (k_1+3k_2)$	$\frac{1}{12}\,sik \cdot (1+\alpha+\alpha^2)$
kubisch 7 	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{5}\,sik$	$\frac{1}{20}\,sik$	$\frac{1}{20}\,si \cdot (k_1+4k_2)$	$\frac{1}{20}\,sik \cdot (1+\alpha)(1+\alpha^2)$
kubisch 8 	$\frac{3}{8}\,sik$	$\frac{11}{40}\,sik$	$\frac{1}{10}\,sik$	$\frac{1}{40}\,si \cdot (4k_1+11k_2)$	$\frac{1}{10}\,sik \cdot (1+\alpha+\alpha^2-\frac{\alpha^3}{4})$
kubisch 9 	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{2}{15}\,sik$	$\frac{7}{60}\,sik$	$\frac{1}{60}\,si \cdot (7k_1+8k_2)$	$\frac{1}{20}\,sik \cdot (1+\alpha)(\frac{7}{3}-\alpha^2)$

Quadratische Polynome: kennzeichnen die Scheitelpunkte
Kubische Polynome: kennzeichnen die Nullstelle der Dreiecksbelastung $q(x)$

Trapeze: $i-$ und $k-$ Koordinaten können auch negativ eingesetzt werden