Prüfung - Technische Mechanik III

SoSe 2020

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FB 13, Festkörpermechanik
Prof. Dr.-Ing. F. Gruttmann

— Kurzlösung —

27. Juli 2020

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Platznummer Raumnummer

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und nummerieren Sie die Blätter. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Der Lösungsweg muss klar erkennbar sein, die Ergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden. Bei den Kurzfragen wird lediglich das auf den hierfür vorgesehenen Arbeitsblättern eingetragene, Ergebnis gewertet.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang eines beidseitig beschriebenen DIN A4-Blattes zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	K1	K2	K3	K4	K5	$\sum$	Note
max. Punkte	21	26	6	6	6	7	8	80	
erreichte Punkte									
Handzeichen									

	1. Prüfer	2. Prüfer
Name	Prof. Dr.-Ing. F. Gruttmann	Dr.-Ing. C. Bröse
Unterschrift		

Aufgabe 1 [21 Punkte]

a)

$$\ddot{x} + \frac{2}{3}\frac{d}{M}\dot{x} + \frac{8}{3}\frac{k}{M}x = \frac{2}{3}\frac{F_0}{M}\cos(\Omega t)$$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{8}{3}}\sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$\delta = \frac{1}{3}\frac{d}{M}$$

c)

$$x(t) = \sqrt{\frac{3M}{8k}}\frac{F_0}{d}\sin(\Omega t)$$

Aufgabe 2 [26 Punkte]

a)

$$b = \sqrt{2\frac{h}{g}}v_0 - \frac{L}{3} - a$$

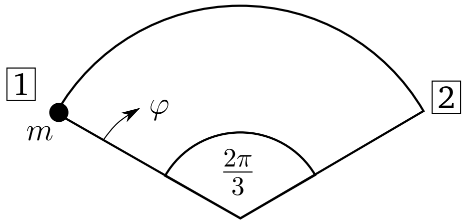
b)

$$\bar{\omega} = -\frac{(1+e)}{2}\frac{v_1}{L}$$
$$\bar{v}_{my} = \frac{5e-1}{6}v_1$$

c)

$$\hat{A} = \frac{5(1+e)}{12}mv_1$$

Kurzfrage 1 [6 Punkte] Eine Punktmasse m bewegt sich entlang eines Kreisbogens von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Die anfängliche Winkelgeschwindigkeit ist ω_0. Die Anfangskoordinate beträgt $\varphi(t=0) = 0$. Die Bewegungsgleichung ist durch den Zusammenhang $\ddot{\varphi} = k\dot{\varphi}$ gegeben, wobei k einen konstanten Faktor darstellt.



Gegeben: m, k, ω_0, $\varphi(t=0) = 0$

a) Geben Sie die Funktion $\varphi(t)$ an, welche die aktuelle Position der Punktmasse beschreibt.

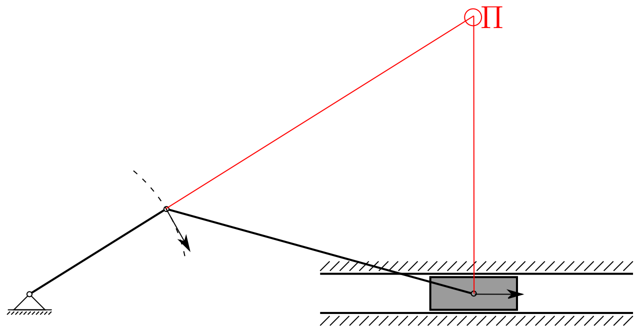
$$\varphi(t) = \frac{\omega_0}{k}(e^{kt} - 1)$$

b) Berechnen Sie den Zeitpunkt t^*, zu welchem die Punktmasse den Punkt $\boxed{2}$ erreicht.

$$t^* = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{2k\pi}{3\omega_0} + 1 \right)$$

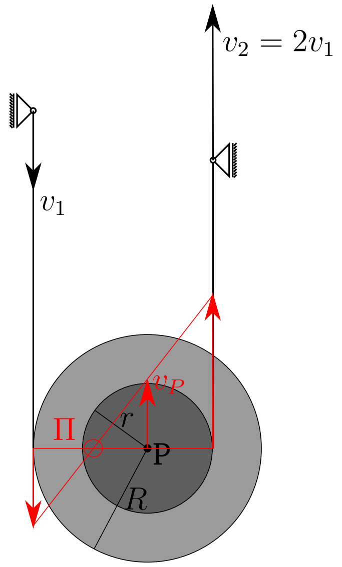
Kurzfrage 2 [6 Punkte]

a) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des rechten Stabes.



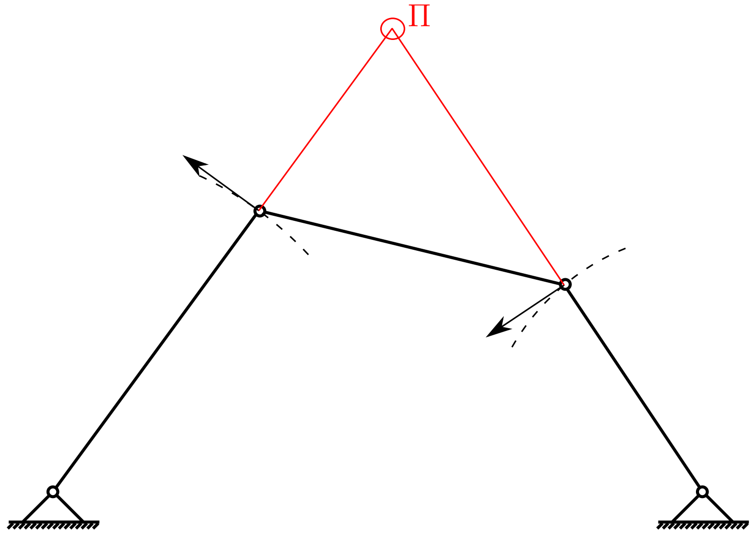
b) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols der Stufenwalze mit den Radien R und r. Zeichnen Sie darüber hinaus den Geschwindigkeitsvektor des Punktes $\boxed{\mathrm{P}}$ ein und geben Sie dessen Betrag in Abhängigkeit von v_1, R und r an.

Gegeben: R, r, v_1



$$v_P = \frac{2R-r}{R+r} v_1$$

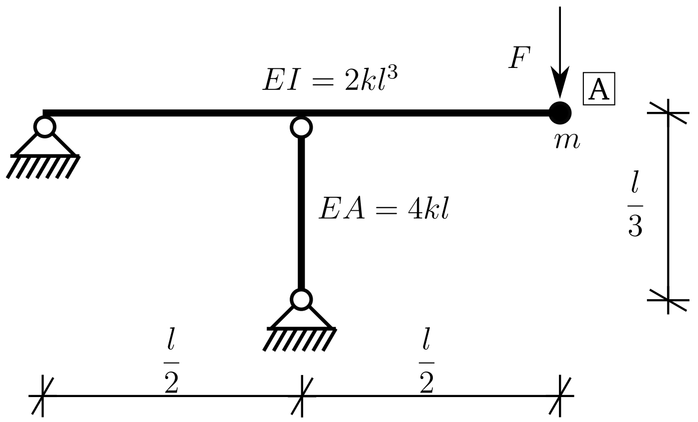
c) Markieren Sie für das folgende System die Lage des Momentanpols des mittleren Stabes.



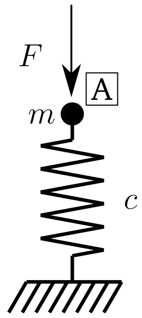
Kurzfrage 3 [6 Punkte] Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit c des Systems bezüglich einer vertikalen Verschiebung im Punkt $\boxed{\text{A}}$ in Abhängigkeit von k und tragen Sie diese in das unten stehende Kästchen ein. Der Stab hat die konstante Dehnsteifigkeit $EA = 4kl$ und der Balken die konstante Biegesteifigkeit $EI = 2kl^3$.

Gegeben: l, k, $EA = 4kl$, $EI = 2kl^3$, $GA_S = \infty$

Ausgangssystem:



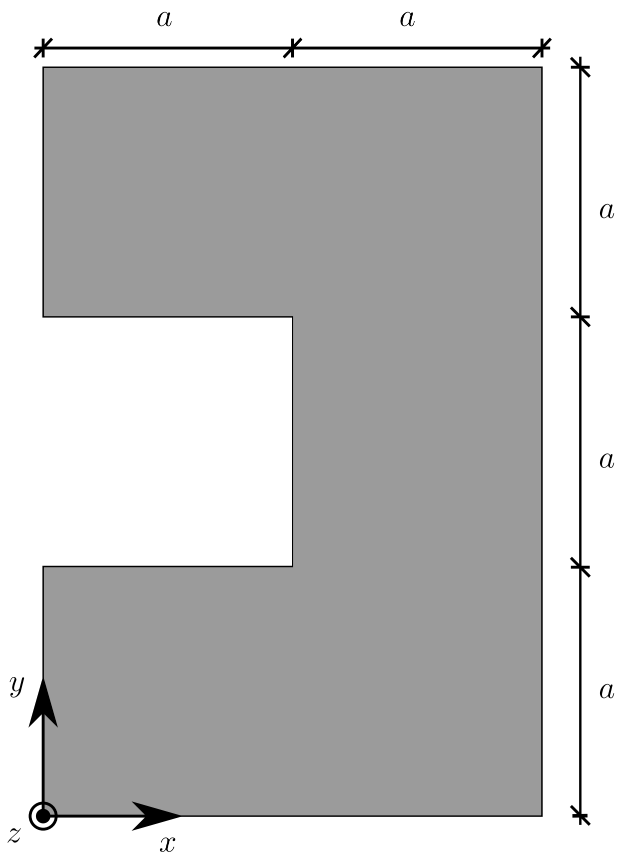
Ersatzsystem:



$$c = \frac{8}{3}k$$

Kurzfrage 4 [7 Punkte] Gegeben ist der dargestellte homogene Körper mit der Masse m. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich der z-Achse.

Gegeben: a, m

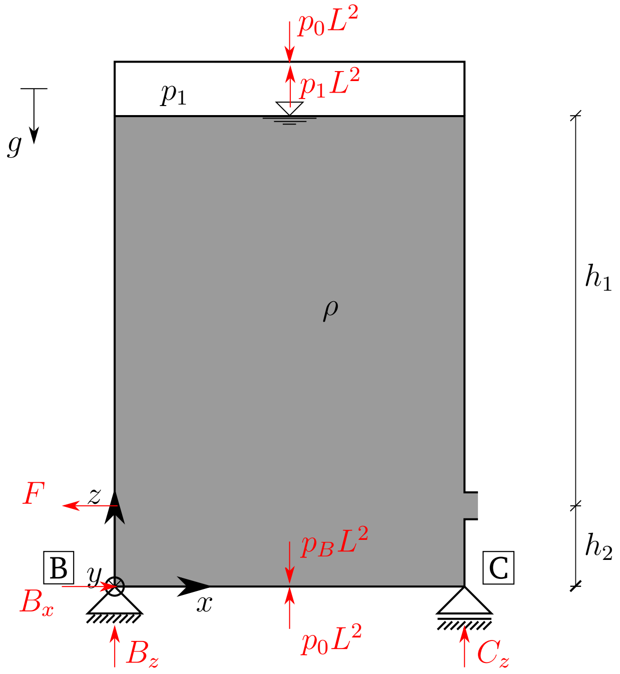


$$\Theta_z = \frac{14}{3} m a^2$$

Hinweis:

Für einen Quader mit der Breite b und der Höhe h sowie der Masse m_Q gilt für das auf den Schwerpunkt S bezogene Massenträgheitsmoment $\Theta_z = \frac{1}{12} m_Q (b^2 + h^2)$.

Kurzfrage 5 [8 Punkte] Ein geschlossener Behälter (näherungsweise gewichtslos) mit der Grundfläche L^2 und einem Ausfluss mit Querschnittsfläche $A \ll L^2$ ist mit einer idealen Flüssigkeit der Dichte ρ gefüllt. Über der freien Oberfläche herrscht der Druck p_1. Der Außendruck beträgt p_0.



Gegeben: h_1, h_2, L, A, ρ, p_0, p_1, g

Berechnen Sie:

a) die Ausflussgeschwindigkeit v.

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho}(\rho g h_1 + p_1 - p_0)}$$

b) die resultierende horizontale Lagerkraft B_x im Punkt $\boxed{\text{B}}$.

$$B_x = 2A(p_1 - p_0 + \rho g h_1)$$

c) den Innendruck p_B am Boden des Behälters.

$$p_B = p_1 + \rho g(h_1 + h_2)$$

d) die resultierenden vertikalen Lagerkräfte B_z und C_z in den Punkten $\boxed{\text{B}}$ und $\boxed{\text{C}}$.

$$B_z = \frac{2Ah_2}{L}(p_1 - p_0 + \rho g h_1) + \frac{L^2}{2}\rho g(h_1 + h_2)$$

$$C_z = -\frac{2Ah_2}{L}(p_1 - p_0 + \rho g h_1) + \frac{L^2}{2}\rho g(h_1 + h_2)$$